COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 1er MAI 1893,

PRÉSIDÉE PAR M. LŒWY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Le mouvement des liquides étudié par la Chronophotographie*. Note de M. **Marey**.

« Une étude expérimentale de la locomotion dans l'eau exige qu'on puisse déterminer à la fois les mouvements de l'animal qui nage et ceux qu'il imprime au liquide dans lequel il se meut. Dans une Note précédente, j'ai montré que la Chronophotographie permet de suivre les phases du mouvement d'un poisson (1); je vais indiquer aujourd'hui les conditions dans lesquelles cette méthode se prête à exprimer les mouvements qui se passent dans le liquide lui-même.

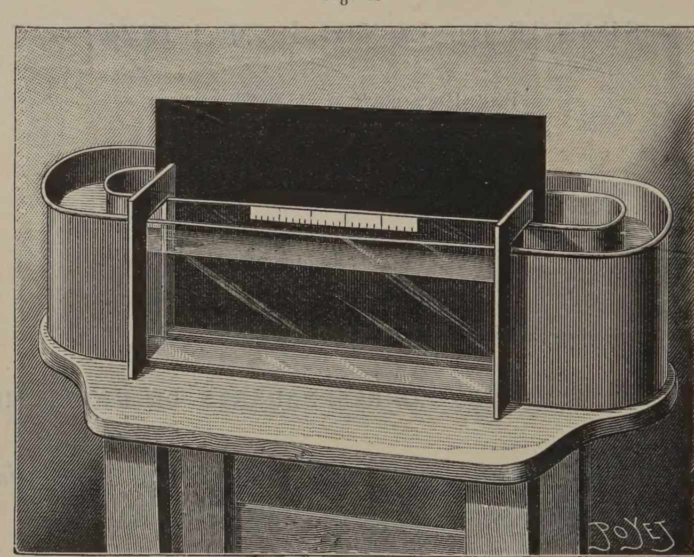
(1) *De la natation de la Raie* (*Comptes rendus*, 16 janvier 1893).

» Les mathématiciens qui ont soumis à l'analyse les ondes qui se produisent à la surface de l'eau, les courants et remous qui se font dans sa profondeur, ont toujours regretté de n'avoir d'autre base expérimentale que les données, bien incertaines, que fournit la simple observation. Le jeu de la lumière à la surface de l'eau, l'agitation de petits corps tenus en suspension dans le liquide, sont des phénomènes trop fugitifs pour que notre œil puisse les apprécier exactement; c'est pourquoi j'ai tenté d'en fixer les caractères par la chronophotographie.

» La disposition que j'ai employée pourra servir aux physiciens comme aux physiologistes. Voici en quoi elle consiste :

» De l'eau est contenue dans un canal elliptique dont les parois, sur une partie de leur longueur, sont rectilignes et formées de glaces (*fig.* 1).

Fig. 1.



C'est dans cette partie transparente que les mouvements du liquide, rendus visibles ainsi qu'on va le dire, seront saisis par la photographie.

» Un champ obscur de velours noir est établi derrière la partie transparente du canal; en avant, des rideaux opaques (*fig.* 2) disposés en une sorte de pyramide creuse s'étendant jusqu'à l'objectif du chronophotographe et empêchant la lumière extérieure d'éclairer le liquide. Celui-ci est traversé de bas en haut par la lumière solaire que reflète un miroir incliné placé au niveau du sol.

» Si l'eau est parfaitement limpide, elle est traversée par la lumière

solaire sans en rien envoyer dans la direction de l'appareil photographique, sauf dans la partie de sa surface qui mouille la paroi de verre située du côté de l'appareil. En cet endroit, en effet, la capillarité forme un ménisque concave qui règne tout le long de la paroi. La lumière solaire

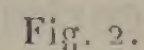
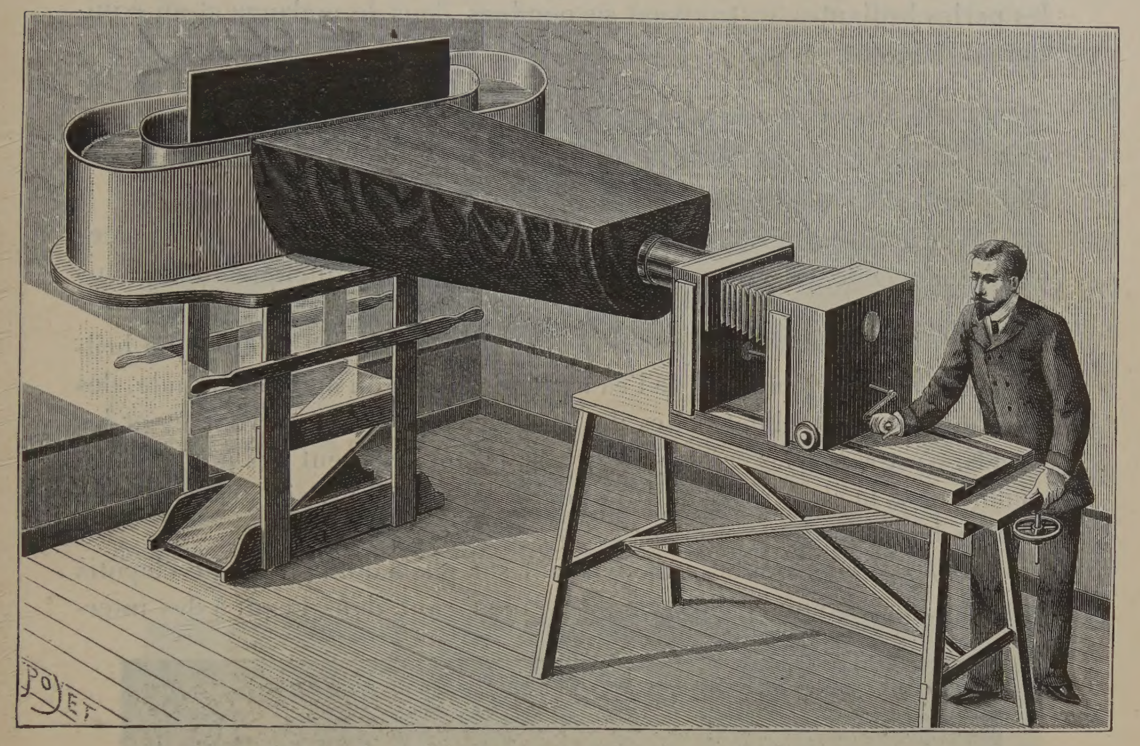


Fig. 2.



Disposition employée pour étudier, par la Chronophotographie, les mouvements qui se passent dans les liquides agités.

qui traverse l'eau éprouve sous ce ménisque une réflexion totale; aussi voit-on, sur la glace dépolie de l'appareil photographique, une ligne très brillante et très fine qui marque le niveau de l'eau et qui, se déplaçant avec lui, traduira sur les épreuves photographiques toutes les ondulations de la surface.

» Quand on veut saisir également les mouvements qui se passent à l'intérieur du liquide, on les rend visibles au moyen de petits corps brillants en suspension dans l'eau, et que la lumière solaire éclaire vivement. A cet effet, on fait fondre, en proportions convenables, de la cire, qui est moins dense que l'eau, et de la résine dont la densité est plus grande; puis, avec

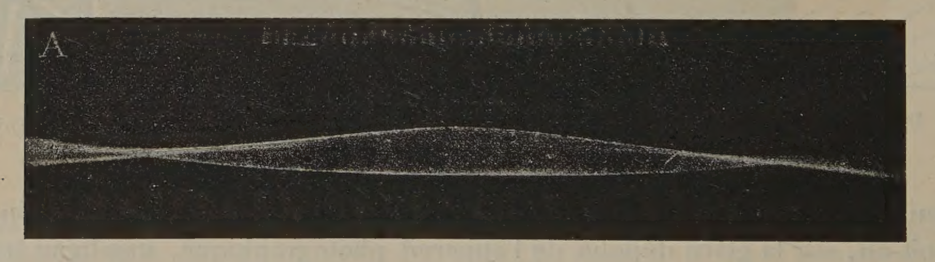
cette matière plastique, on fait un grand nombre de petites boules qu'on argente par le procédé en usage dans les pharmacies. Ces perles brillantes doivent être légèrement plus denses que l'eau douce, de manière que, si on les plonge, elles gagnent le fond avec lenteur. Il suffit alors d'ajouter graduellement dans le canal une certaine quantité d'eau salée pour que les perles brillantes se trouvent suspendues dans le mélange et en équilibre indifférent.

» Enfin, une règle centimétrique, dessinée sur du papier, est collée sur la paroi du cristal, au-dessus du niveau du liquide (*fig.* 1). Cette règle, qui se reproduira sur les images, servira d'échelle pour mesurer l'amplitude des mouvements photographiés.

» Avec ce dispositif on peut exécuter un grand nombre d'expériences sur le mouvement des liquides; j'en vais présenter quelques-unes sous forme de photogrammes.

» A. *Changements du profil des liquides dans les ondes.* — La ligne brillante qui marque le niveau de l'eau prend, lorsqu'on agite ce liquide, des inflexions qui rappellent celles des cordes vibrantes. Les ventres et les nœuds, c'est-à-dire les *crêtes* et les *creux,* tantôt occupent des points fixes, comme dans le *clapotis,* et tantôt se déplacent avec des vitesses variables, comme dans les *vagues* et la *houle.*

» La *fig.* A représente le mouvement sur place d'une onde de clapotis simple. On a obtenu ce mouvement en plongeant dans l'eau, à des inter-

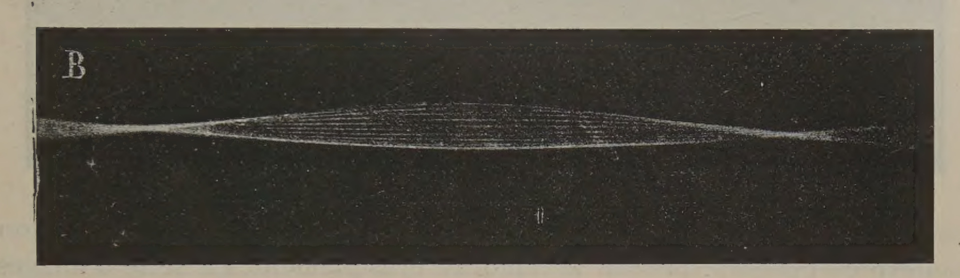


valles de temps égaux et convenablement réglés, un cylindre plein qui imprimait au liquide des oscillations régulières. Ces impulsions rythmées doivent être produites dans la partie du canal opposée à celle où le mouvement est étudié.

» L'objectif de l'appareil étant ouvert en permanence, la ligne brillante du niveau de l'eau a laissé la trace de son passage dans tous les lieux qu'elle a parcourus, mais avec une intensité plus grande aux points où sa vitesse était moindre : ainsi au voisinage de nœuds et aux points morts de

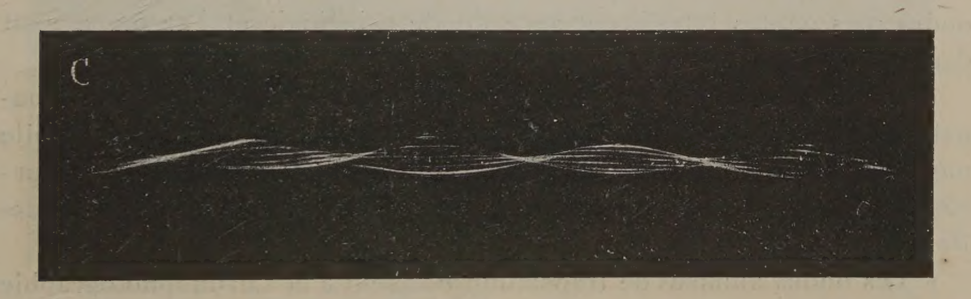
son oscillation, c'est-à-dire à la crête et au creux, où la vitesse, avant de changer de signe, passe par un minimum.

» Si l'on veut mieux connaître les changements de vitesse que présente le profil de l'onde aux différentes phases d'une oscillation simple, il faut recourir à la Chronophotographie ([1]), c'est-à-dire admettre la lumière pendant des instants très courts et à des intervalles de temps réguliers. On obtient alors (*fig.* B) les positions successives du niveau du liquide.



Ces positions se traduisent par des courbes plus espacées au milieu de l'oscillation, plus rapprochées au voisinage des crêtes et des creux.

» Enfin, si l'on change la cadence du mouvement imprimé au liquide en l'accélérant d'une manière graduelle, on tombe dans d'autres périodes de clapotis où les ondes sont plus courtes, comme celles de la *fig.* C.

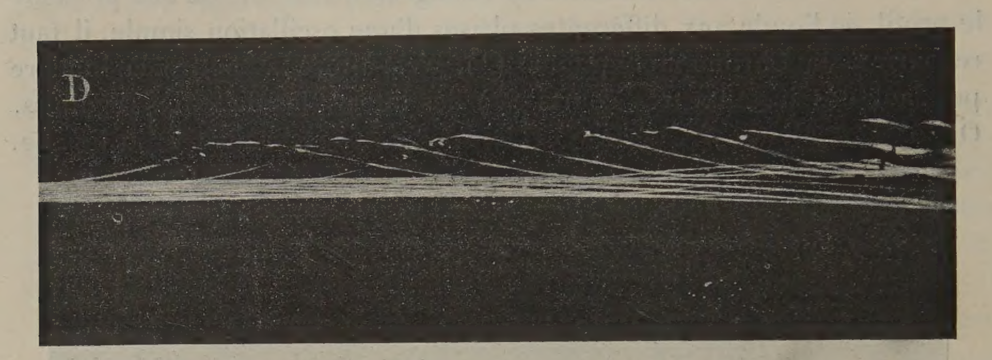


» Dans tous les cas, le profil de l'onde qui passe par les crêtes et les creux a la forme que les hydrauliciens lui ont assignée : celle d'une trochoïde.

» Les ondes animées de translation, vagues et houles, montrent sur les images chronophotographiques la vitesse de leur transport ainsi que leurs changements de forme et d'amplitude.

([1]) Voir pour la description de cette méthode, *Comptes rendus,* 7 août 1882.

» La *fig.* D représente, par la Chronophotographie, une vague produite de la manière suivante : le cylindre qui sert à mettre l'eau en mouvement est immergé dans le canal, à l'extrémité droite de la paroi de cristal, en



un point invisible à l'observateur. Quand l'agitation de l'eau est passée, on soulève ce cylindre, puis on le replonge brusquement. La série d'images qui se voient sur la *fig.* D correspond aux premiers instants du phénomène.

» C'est d'abord une suite d'abaissements progressifs du niveau de l'eau à mesure que le cylindre émerge; puis une brusque intumescence au moment où le cylindre est plongé de nouveau. Cette intumescence chemine vers la gauche de la figure en diminuant peu à peu de hauteur. Des ondes plus petites interfèrent avec l'onde principale et l'accompagnent dans sa marche.

» Comme le nombre des images était de 14 par seconde, on connaîtra la vitesse de l'onde à chaque instant en mesurant, d'après l'échelle métrique, le chemin parcouru par sa crête pendant chaque quatorzième de seconde, soit environ $0^{m},16$, ce qui correspondait à une vitesse de $2^{m},24$ à la seconde.

» Les ondes animées de translation donnent à la Chronophotographie des profils incomplets : le versant postérieur est le mieux marqué et parfois même le seul visible sur les images [1].

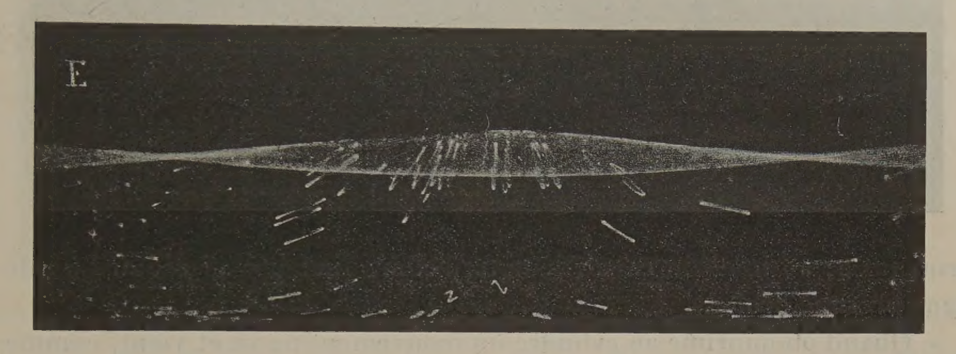
» B. *Mouvements intérieurs du liquide dans les ondes.* — On répand en grand nombre, dans l'eau du canal, les perles brillantes dont il a été

---

(1) Il semble que, par l'effet du transport de l'onde, le ménisque capillaire qui réfléchit la lumière du Soleil s'efface du côté où l'onde progresse, c'est-à-dire sur le versant antérieur.

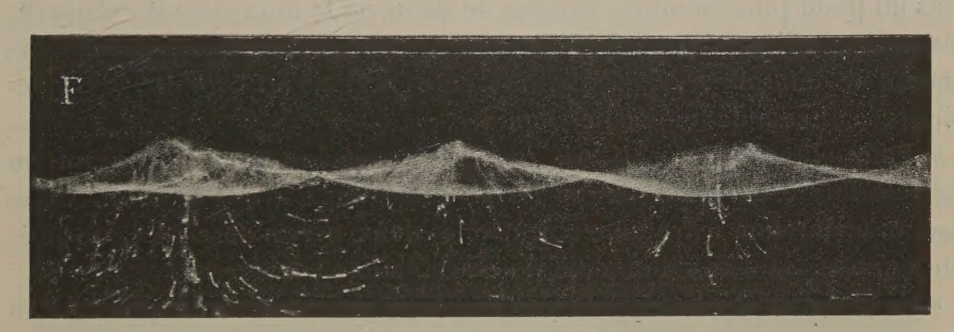
question plus haut. Si l'on reproduit alors les mouvements de clapotis ou de vagues, on obtient sur les photogrammes les trajectoires de ces perles dans les différentes parties de l'onde, c'est-à-dire les mouvements qu'éprouvent, en ces points, les molécules du liquide lui-même.

» Sur la figure E, on reconnaît, à son profil, l'onde de clapotis simple. A l'intérieur de cette onde, les molécules oscillent verticalement en face



des ventres, horizontalement aux nœuds, obliquement dans les positions intermédiaires.

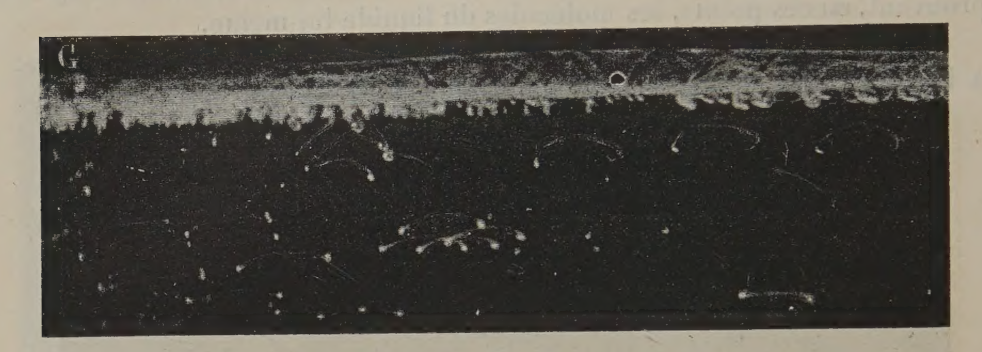
» Pour mieux suivre l'ensemble de ces mouvements intérieurs, produisons (*fig.* F) un clapotis de période plus courte.



» On voit alors comment les trajectoires des molécules se disposent suivant des courbes dont les centres sont aux nœuds. Ces expériences confirment les résultats donnés par les études analytiques de notre confrère M. Boussinesq.

» Dans les ondes qui cheminent, le mouvement intérieur des molécules est différent : ainsi la *fig.* G est produite par l'immersion brusque du cylindre dans le canal. L'onde marchait de droite à gauche; l'objectif a été ouvert en permanence.

» Les molécules de la surface décrivent des demi-ellipses dans un plan parallèle à la direction du transport de l'onde ([1]). Dans les couches profondes du liquide, la courbe suivie par les molécules est de moins en moins



prononcée; au fond du canal, leur trajectoire finit par se réduire à une ligne presque droite.

» Quand on imprime au cylindre un mouvement de va et vient, comme dans le cas de la *fig*. D, les molécules décrivent à la surface du liquide des courbes fermées ([2]).

» C. *Courants et remous*. — La forme annulaire du canal permet d'y faire naître des courants continus au moyen d'une petite hélice immergée dans un point plus ou moins éloigné de celui où le mouvement s'observe. Les perles brillantes participant au mouvement du liquide lui-même permettent de déterminer, dans les différentes régions du courant, la trajectoire et la vitesse des molécules liquides.

» Pour obtenir la *fig*. H, on avait placé sur le trajet du courant un obstacle formé par une plaque de verre inclinée à 45° environ. Cette plaque, maintenue à frottement entre les deux parois de cristal, ne présente que sa tranche à l'objectif du chronophotographe.

» La plaque a été démasquée pendant trois secondes; la fréquence était

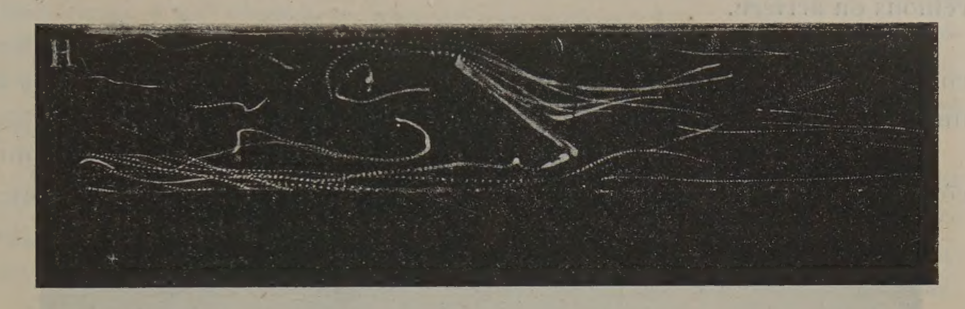
---

([1]) Les petites perles qui flottent à la surface de l'eau donnent leurs trajectoires sous deux aspects différents : tantôt c'est une ligne brillante et tantôt une ligne sombre. Ce dernier effet, assez singulier au premier abord, tient à ce que les perles flottantes qui touchent la paroi de cristal interrompent la continuité du ménisque capillaire qui brille à la surface de l'eau.

([2]) Dans toutes ces expériences, pour obtenir des résultats bien exacts, il faudrait disposer d'un moteur mécanique pour imprimer les impulsions au liquide du canal. Les mouvements donnés à la main ont rarement la précision nécessaire.

de quarante-deux images par seconde; le courant marchait de droite à gauche.

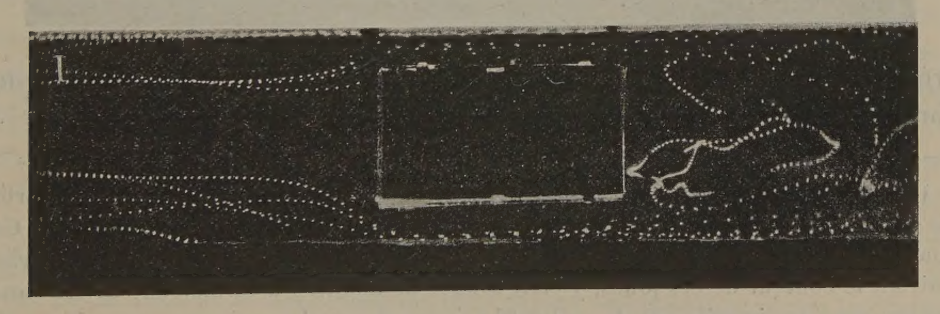
» Si nous ne considérons d'abord que les trajectoires des différents filets liquides, nous voyons que ceux-ci arrivent sur l'obstacle avec des directions plus ou moins obliques, et que, suivant la loi d'Avanzini, il se



fait un partage de ces filets près du bord inférieur du plan incliné. En arrière de l'obstacle, les filets de liquide exécutent des remous capricieux.

» Quant à la vitesse du liquide en chaque point, elle se déduit de l'écartement des images des perles. Celles-ci, parfois confondues en une trajectoire continue, expriment une grande lenteur du courant; d'autres fois, écartées les unes des autres, elles permettent de mesurer, d'après l'échelle métrique, le chemin parcouru en $\frac{1}{42}$ de seconde, c'est-à-dire la vitesse absolue du courant.

» Avec cette disposition, il est facile de mesurer l'influence qu'exercent sur le partage des filets liquides l'inclinaison du plan et la vitesse du courant. On peut aussi déterminer comment se comportent les filets liquides suivant la forme des obstacles qu'ils rencontrent. Ainsi, dans le cas représenté figure I, l'obstacle était formé par une caisse, en forme de



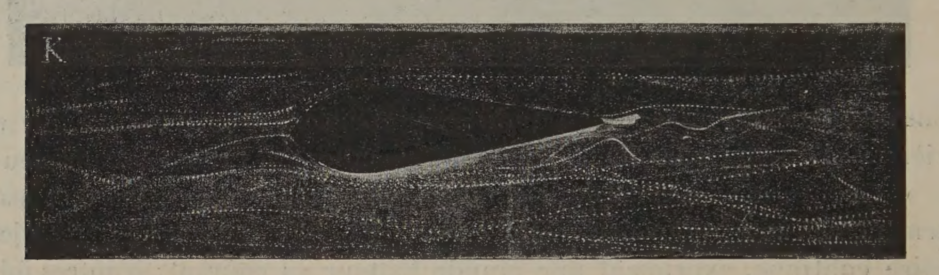
parallélépipède rectangle, immergée dans le canal, dont elle occupe toute la largeur. Les faces supérieure et inférieure de cette caisse étaient en

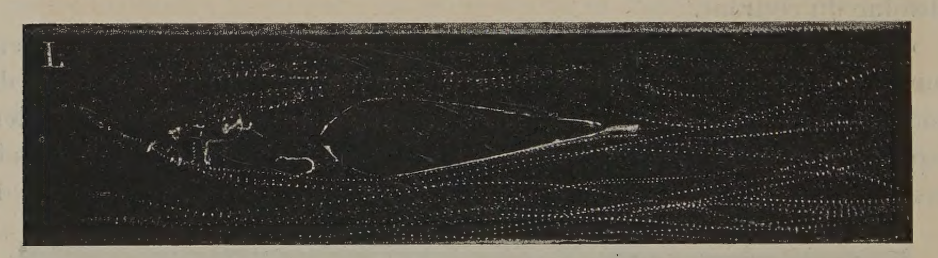
verre, pour laisser passer la lumière et éclairer les perles qui passaient au-dessus de la caisse; le courant allait de gauche à droite.

» En avant de la paroi verticale de la caisse, les filets liquides se partagent et, dès qu'ils commencent à s'infléchir, leur vitesse s'accroît; ils passent rapidement le long des bords de la caisse et vont former des remous en arrière.

» Les *fig.* K et L montrent comment le courant se comporte à la rencontre d'un corps pisciforme, c'est-à-dire d'un solide dont la coupe serait une sorte de fuseau inégalement effilé à ses deux extrémités ([1]).

» Dans la *fig.* K, le courant rencontrait le corps pisciforme par son côté obtus; les veines fluides suivent les parois, et s'échappent à l'arrière en présentant peu de déviation. Mais si l'on renverse le sens du courant de façon que le liquide aborde le corps pisciforme par son extrémité la plus aiguë, le liquide, après avoir dépassé le maître-couple, forme des remous très prononcés (*fig.* L).





([1]) Ce solide immergé, devant laisser passer la lumière de bas en haut, était formé de deux joues d'ébonite; le profil de l'une d'elles est visible derrière la glace. Ces joues touchaient les parois du canal; une lame transparente de celluloïd, courbée suivant le contour de ces joues, y était soudée de manière à former une cavité close. La transparence insuffisante du celluloïd fait que les perles qui passent au-dessus du corps immergé sont moins éclairées que les autres, mais cependant encore visibles dans les chronophotogrammes.

» L'intensité des remous qui constituent une part de force vive peut être considérée comme un criterium des résistances que rencontrent les corps immergés dans un courant. Or on voit que la forme des poissons, dont l'extrémité antérieure est généralement obtuse et la postérieure très effilée, est parfaitement adaptée à la facilité de leurs mouvements dans l'eau. Car, d'après la plupart des auteurs, les conditions de la résistance des fluides sont réversibles, c'est-à-dire qu'elles sont les mêmes, à vitesse égale, pour des corps immobiles immergés dans un courant, et pour ces mêmes corps se mouvant dans un liquide immobile (1).

» Quand le liquide est poussé avec violence contre un obstacle immergé près de sa surface, ce liquide se soulève et retombe en cascade de l'autre côté de l'obstacle. Ce phénomène fugitif, que l'œil ne peut suivre dans ses détails, est traduit avec toutes ses phases par la Chronophotographie.

» La *fig.* M montre, d'après les changements du niveau de l'eau, les phases successives de l'intumescence du liquide qui arrive sur l'obstacle,



tandis que les perles brillantes traduisent les mouvements des molécules dans les couches profondes du canal.

» Cette énumération sommaire des applications de la Chronophotographie à l'analyse des mouvements des liquides suffira pour montrer les ressources de cette méthode que j'applique actuellement à l'étude de la locomotion des animaux aquatiques.

» Les physiciens pourront peut-être aussi recourir à cette méthode pour contrôler certains points de la théorie des ondes et des courants et même

(1) La Chronophotographie serait également applicable à l'étude des mouvements de l'air, et montrerait la façon dont les filets gazeux se comportent contre les obstacles de différentes formes. Une soufflerie, produisant dans un conduit à parois de verre une circulation d'air tenant en suspension des parcelles de duvet fortement éclairées, réaliserait les conditions nécessaires pour ces études.

pour étudier l'action des différentes sortes de propulseurs d'après les mouvements qu'ils impriment au liquide dans lequel ils se meuvent. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Détermination de la chaleur spécifique du bore.* Note de MM. **Henri Moissan** et **Henri Gautier**.

« Les premières déterminations relatives à la chaleur spécifique du bore ont été exécutées par Regnault. Ce savant a obtenu la valeur numérique 0,2352 pour chaleur spécifique moyenne du bore graphitoïde entre 17° et 99° et 0,2574 pour celle du bore cristallisé entre 14° et 100°. Des expériences ultérieures de Kopp ont fourni les nombres 0,254 pour le bore amorphe entre 18° et 48° et 0,230 pour le bore cristallisé entre 21° et 51°. En calculant la chaleur atomique du bore au moyen de l'un quelconque de ces nombres on trouve un produit très éloigné de 6,4.

» Dans un travail qui avait pour but de rechercher si le carbone, le silicium et le bore ne suivaient pas la loi de Dulong et Petit à des températures différentes de celles où avaient opéré ses prédécesseurs, Weber effectua un certain nombre de déterminations de la chaleur spécifique du bore. Les expériences ont porté exclusivement sur le bore cristallisé, et le Tableau suivant résume les valeurs numériques qu'il a obtenues.

Intervalles de températures......	—79°,2 à 0°	0° à 53°,32	0° à 100°,06	0° à 151°,6	0° à 202°,9	0° à 263°,6
Chaleur spécifique moyenne.......	0,1915	0,2382	0,2548	0,2725	0,2890	0,3068

» On peut représenter graphiquement ces résultats, en prenant pour abscisses les températures et pour ordonnées les quantités de chaleur nécessaires pour porter l'unité de poids de 0 à t; on obtient ainsi une courbe dont la courbure est assez faible pour que l'on puisse considérer le coefficient angulaire de la corde joignant les points relatifs aux températures t_1 et t_2, comme représentant la chaleur spécifique à la température $\frac{t_1+t_2}{2}$ si t_1 et t_2 sont peu éloignées. En opérant ainsi Weber a donné les nombres suivants :

Température..........	— 39°,6	26°,6	76°,7	125°,8	177°,2	233°,2
Chaleur spécifique.....	0,1915	0,2382	0,2737	0,3069	0,3378	0,3663
Chaleur atomique.....	1,106	2,620	3,010	3,375	3,715	4,029

» Le plus élevé de ces nombres, 4,029, est encore bien éloigné de 6,4. Weber a cependant conclu de ses expériences que, vers 1000°, on obtiendrait une chaleur atomique voisine de 5,5, et que, par conséquent, le bore rentrerait dans la loi formulée par Dulong et Petit.

» Or, dans de pareilles limites, il nous semble qu'une extrapolation ne présente pas une grande valeur. De plus, les expériences de Weber ayant été effectuées sur du bore cristallisé, que l'on reconnaît aujourd'hui ne pas être du bore pur, la question de savoir si le bore suit ou ne suit pas la loi de Dulong et Petit se trouvait encore à résoudre.

» L'un de nous étant parvenu, l'année dernière, à préparer le bore amorphe à l'état de pureté, nous avons repris la détermination de la chaleur spécifique de ce corps simple.

» Toutes nos expériences ont été effectuées avec le calorimètre à glace, qui est un appareil très commode pour ce genre de recherches. Les indications qu'il fournit n'ont pas, en effet, à subir de corrections si l'on refroidit extérieurement l'appareil avec de la glace provenant de l'eau distillée. Si l'on remplace cette dernière par de la glace du commerce, qui fond à une température un peu inférieure à la première, il se forme dans le calorimètre une petite quantité de glace qui donne lieu à une légère augmentation de volume; il est facile d'en tenir compte en suivant avant l'expérience la marche du mercure dans la tige divisée. Les valeurs indiquées ci-dessous ont subi cette correction.

» Le bore soumis à l'expérience était contenu dans un petit cylindre de platine muni d'un couvercle avec fermeture à baïonnette. De plus, comme le bore amorphe est peu conducteur de la chaleur, on a augmenté sa conductibilité en l'additionnant de petits morceaux de platine de forme lenticulaire.

» La valeur en calories de chacune des divisions de la tige calibrée était de $0^{cal},543$.

» Nous avons fait trois séries d'expériences : une première série vers 100°, une seconde vers 190°, et la troisième vers 235°.

» A la température de 100° le bore était chauffé dans un tube autour duquel circulait un courant de vapeur d'eau.

» Pour les températures supérieures nous avons renoncé à l'emploi des courants de vapeurs de liquides organiques qui sont difficiles à régler : le tube a été entouré d'un bain d'huile que l'on pouvait agiter avec facilité.

» Le cylindre de platine pesait $7^{gr},6460$ et le poids de grenaille de platine utilisée dans chaque expérience était de $5^{gr},4225$. Ce tube, ne renfer-

mant que le poids de grenaille de platine indiqué, a donné les résultats contenus dans le Tableau suivant :

Température.	Nombre de divisions.	Température moyenne.	Nombre de divisions pour 1°.
100°	81		
100	81	100°	0,810
100	82		
182	152		
183	153	182	0,817
182	154		
237	194		
232	191	234	0,823
230	190		
233	192		

» En répétant cette série de déterminations avec le tube contenant le bore, nous avons obtenu les résultats suivants :

Température.	Poids du bore.	Nombre de divisions pour le bore et le platine.	Nombre de divisions pour le bore seul.	Chaleur spécifique moyenne.
100°	1,9065	189	108	0,3076
100	1,8385	186	105	0,3101
100	1,9495	191	110	0,3064
100	2,0645	196	115	0,3024
191	2,2425	422	266	0,337
194	2,3555	447	289	0,342
192	2,4195	451	294	0,343
235	2,4805	576	383	0,356
233	2,2470	537	345	0,357
235	2,4255	571	378	0,359

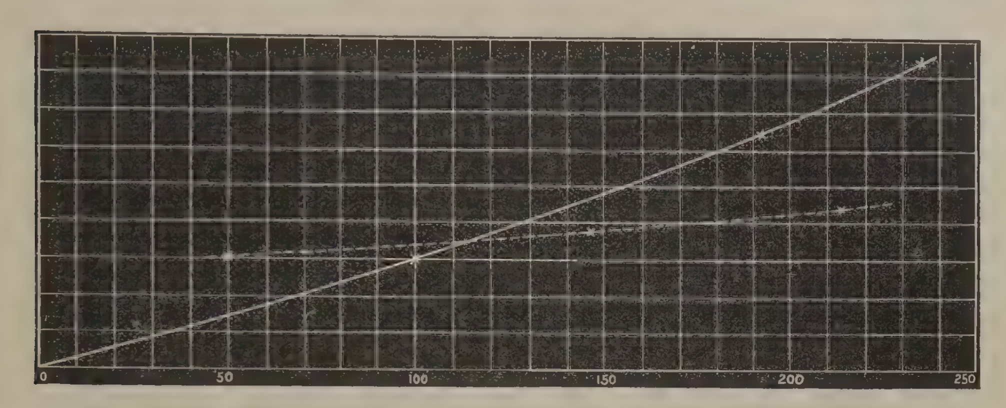
» Les moyennes de ces trois séries de déterminations sont les suivantes :

$$C_0^{100} = 0,3066, \qquad C_0^{192.3} = 0,3407, \qquad C_0^{234.3} = 0,3573.$$

» Si l'on se sert de ces nombres pour calculer les quantités de chaleur nécessaires Qt pour porter 1^{gr} de bore de $0°$ à $t°$, on trouve

$$Q_{100} = 30,66, \qquad Q_{192,3} = 65,52, \qquad Q_{234,3} = 83,72.$$

» Ces résultats sont représentés par la courbe en trait plein (*fig.* 1). Comme on le voit, cette courbe possède une faible courbure, de sorte que les chaleurs spécifiques aux températures $\frac{0+100}{2}$, $\frac{100+1,92}{3}$ et



$\frac{192,3+234,3}{2}$ seront très sensiblement représentées par les valeurs suivantes :

$$\gamma_{50} = \frac{Q_{100}}{100} = 0,3066,$$

$$\gamma_{146,1} = \frac{Q_{192,3} - Q_{100}}{92,3} = 0,3776,$$

$$\gamma_{213,3} = \frac{Q_{234,3} - Q_{192,3}}{42} = 0,4333.$$

» En prenant ces valeurs pour ordonnées d'une courbe dont les températures sont les abscisses, on obtient à peu près une droite; c'est la courbe ponctuée (*fig.* 1). Les chaleurs atomiques correspondantes sont

3,372, 4,153, 4,766.

» Ces chaleurs croissent proportionnellement à la température.

» *Conclusions.* — En résumé, la chaleur spécifique moyenne du bore, entre 0° et 100°, a été trouvée expérimentalement égale à 0,3066. Ce chiffre est plus élevé que celui de Weber. La différence se poursuit d'ailleurs dans le même sens jusqu'à la température de 234°.

» Le chiffre trouvé 0,3066 fournit, lorsqu'on le multiplie par le poids atomique du bore 11, la valeur 3,3 au lieu de 6,4, nombre admis pour la loi de Dulong et Petit.

» Cette chaleur atomique augmente avec la température, et si l'on

vient à extrapoler les résultats indiqués plus haut jusqu'à une température voisine de 400°, on obtient, pour la chaleur atomique, un nombre voisin de 6,4. En dépassant cette température, on aurait un chiffre plus élevé.

» Nous n'avons pas entrepris de déterminations à ces températures voisines de 400°, estimant que des mesures faites dans ces conditions ne présenteraient aucune valeur au point de vue de la loi de Dulong et Petit, qui avait été établie par leurs auteurs sur des chaleurs spécifiques mesurées entre 0° et 100°. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur des phosphates en roche d'origine animale et sur un nouveau type de phosphorites*; par M. **Armand Gautier**.

« Les phénomènes de la vie animale et végétale interviennent, plus qu'on ne l'a pensé tout d'abord, dans la formation des terrains géologiques et dans la production de leurs variétés locales ou successives. Les dépôts houillers et les tourbières, les récifs et les îles qui s'élèvent peu à peu dans les eaux marines grâce à la reproduction des coraux et des nullipores; la formation des terrains crayeux par l'accumulation des dépouilles calcaires des foraminifères ayant vécu à la surface ou près de la surface des mers; le dépôt continu de la vase des mers profondes formée d'un mélange de test de globigérines, d'orbulines, de nummulites calcaires, avec diatomées et radiolaires siliceuses qu'empâte une argile rougeâtre, etc., sont des exemples connus de ces formations dues à la vie animale ou végétale, ou, du moins, fortement modifiées par elle.

» Dans bien des cas, la production des terrains et des roches phosphatées et, comme on le verra, des nitres naturels eux-mêmes, sont de nouveaux exemples de cette intervention.

» Aux estuaires des grands fleuves et près des rivages de certaines mers, les organismes vivants incessamment reproduits, algues, mollusques, poissons, etc., ainsi que leurs résidus et déjections, attaqués par les microbes de la putréfaction, laissent de leurs principes constituants la partie minérale qui, dans des conditions favorables, forme en s'accumulant ces lits de phosphate calcaire mêlés d'argile et de sable que nous voyons se produire encore aujourd'hui à l'état de dépôts continus non loin des côtes de l'Atlantique, ainsi que nous l'ont révélé des sondages récents.

» C'est de la formation de ces roches phosphatées, d'origine animale ou

végétale, roches ou sables qui, sur certains points, comme dans la Somme, prennent une grande importance en extension et même en profondeur, que nous nous occuperons particulièrement dans ce travail.

» En 1882, des recherches entreprises avec mon frère sur la constitution géologique des versants sud et nord de la grande vallée de l'Aude, entre les Corbières et la montagne Noire, nous amenèrent à examiner la nature des coteaux calcaires, ou *causses*, situés à l'extrémité sud-ouest du département de l'Hérault.

» Ces plateaux arides, d'une altitude moyenne de 300^m, qui portent les villages de Félines, Sirac, Cesseras, Minerve, etc., sont formés par une large nappe de nummulitique, rompue en cette région par une longue faille, presque verticale, de plus de 100^m de profondeur, faille orientée nord 45° ouest, où coule le torrent de la Cesse. Sur ses rives escarpées, à 75^m environ au-dessus du lit actuel de la rivière, on voit ce terrain nummulitique rencontrer en stratification discordante la roche dévonienne sous-jacente, roche silico-calcaire, très dure, cristalline, dont les pointements bleus-verdâtres apparaissent dans la faille de la Cesse, sous les bancs du nummulite à *strombus, cardita,* alvéolines, etc.

» Entre les assises puissantes de cette dernière roche inclinée de 9° sur l'horizon et le dévonien sous-jacent, existe un terrain de quelques centimètres à quelques mètres d'épaisseur, qui est venu remplir et égaliser les ondulations de la roche dévonienne et combler les fissures ou failles secondaires des assises nummulitiques appuyées sur le dévonien. Ce terrain intermédiaire de remplissage est formé d'une argile bleuâtre ou rougeâtre, entremélée de lamelles de gypse, de concrétions calcaires et de sables. La rivière de la Cesse devait, à des époques lointaines, couler à la hauteur de ces dépôts argileux. Au moment de ses débordements, elles les fouillait et y déposait même, dans les parties profondes, ses cailloux roulés dont nous avons distingué, dans nos sondages, les lits horizontaux. C'est par ces déblayements successifs que se sont formés, aux points d'intersection du nummulitique et du dévonien, les nombreuses grottes qui, à cette hauteur, règnent sur l'une et l'autre rive de la Cesse. Le plancher et les parois de ces cavernes sont nummulitiques; le sous-sol, abstraction faite des matériaux de remplissage, est dévonien.

» La principale de ces grottes, depuis longtemps célèbre, porte le nom de *grotte de Minerve* ou *de la Coquille*. Son entrée, dirigée vers l'est, donne accès dans une galerie de 8^m à 9^m de large et de 9^m à 10^m de hauteur, se divisant bientôt en deux embranchements qui se coupent suivant la forme

d'une croix de Saint-André. Ces couloirs s'enfoncent sous le sol avec la pente moyenne de 9° de la roche nummulitique, sur une longueur totale de 1100^m. C'est en suivant ces galeries, dans le but d'étudier la nature des parois et du sol, que je fus frappé de l'aspect d'une terre farineuse, blanc chamois, douce au toucher, que l'analyse me démontra être un phosphate bibasique de chaux microcristallin répondant à la formule $PO^4CaH, 2H^2O$. Ce minéral n'avait été trouvé jusque là que dans les guanos en roche des îles des mers des Caraïbes; on lui a donné le nom de *brushite*.

» Cette découverte bien inattendue nous amena à examiner plus attentivement, avec mon frère, le mode de remplissage de la grotte. Nous y fîmes forer de nombreux puits, et nous arrivâmes à constater qu'il existait dans ces galeries non seulement une curieuse et riche collection d'ossements d'animaux fossiles, de silex et de poteries préhistoriques [1] mais aussi des dépôts de phosphates, terreux ou concrétionnés, dont la masse, calculée seulement pour la profondeur de 7^m à 8^m à laquelle se sont arrêtés jusqu'ici nos puits, dépasse 50000 tonnes.

» Quelles sont la nature et l'origine de ces phosphates, dont on ne retrouve pas d'autres gisements à l'extérieur de la grotte? Telle a été pour moi l'origine d'un travail commencé depuis plus de dix années et que je vais essayer de résumer. Il éclairera, je pense, d'un jour nouveau non seulement la question, sur bien des points encore en suspens, du mécanisme de la formation des phosphates terreux, mais aussi celle des rapports de ces roches précieuses avec les guanos et les nitres naturels eux-mêmes qui, sur des centaines de lieues, forment le sol et le sous-sol des déserts arides du Chili, du Pérou, de l'Égypte et de l'Inde.

---

(1) Sur le sol, et surtout dans les galeries rapprochées de l'entrée de la caverne, on a trouvé de nombreux silex taillés, des grains de colliers, des ornements de bronze, des tessons et poteries noirâtres faites à la main, à impressions digitales indiquant que l'usage du tour à potier n'était pas encore connu. A 12^m ou 15^m de l'entrée, un amas de résidus de cuisine devenu rocheux, formé surtout d'os cassés, de silex, de coquillages cimentés par une gangue calcaire. Un peu au-dessous de la surface et dans les profondeurs des galeries, on rencontre de nombreux ossements *intacts* d'animaux fossiles parmi lesquels on a distingué :

Ursus spelæus, très commun; *Hyena spelæa*, rare; *Felis spelæa*, très rare; *Rhinoceros tichorinus*, rare; *Sus scropha*, rare; *Equus*, rare; ossements de *petits rongeurs*, de *chauve-souris*, etc.

M. E. Rivière et mon frère, M. Gaston Gautier, se proposent de publier en commun une étude paléontologique de cette remarquable caverne et des autres grottes moins importantes de la même région.

» Avant d'aborder l'étude du mécanisme de ces formations, il importe d'étudier d'abord leur composition.

» *Terres phosphatées de la grotte. Ossements fossiles.* — Le sol de la grotte est formé d'une terre phosphatée azotée surtout par places, titrant suivant les points de 2 à 18 pour 100 d'acide phosphorique anhydre P^2O^5. C'est un mélange de calcaire, de sable, d'argile, de phosphate de chaux, et, comme on va le voir, de phosphate d'alumine. De ces terres, et jusqu'à une profondeur de 2^m à 3^m, on extrait de nombreux ossements fossiles, généralement intacts, mais très friables. Certaines galeries sont de vrais ossuaires. Ces os contiennent, après avoir été séchés à l'air, de 5 à 7 pour 100 d'une matière azotée soluble en jaune orangé dans les alcalis, se dissolvant dans l'eau et l'alcool après acidulation, mais qu'accompagne avec persistance le phosphate de chaux. Elle constitue une modification de l'osséine autrefois étudiée par M. Scheurer-Kestner.

» J'ai voulu connaître la composition complète de ces os antiques; voici, comme exemple, celle d'une vertèbre dorsale d'ours des cavernes, depuis longtemps séchée à l'air après son extraction :

Eau perdue à 170°	8,78
Matière organique azotée (avec un peu d'eau)	5,24
Silice et sable	2,163
Acide carbonique (CO^2)	2,264
Acide sulfurique (SO^3)	0,283
Acide phosphorique (P^2O^5) (1)	34,790
Chlore	0,065
Fluor	0,853 (2)
Alumine (avec un peu de fer)	0,610
Chaux	44,590
Magnésie	0,106
Oxyde de zinc	0,149
Plomb	traces
	99,893

» En tenant compte des matériaux tels que le sable, l'argile, le gypse,

(1) Trouvé dans ces ossements de 34,0 à 38,7 pour 100 d'acide P^2O^5.

(2) Nombre un peu faible, étant donnée la méthode. Voir, pour le dosage du fluor, *Recherches sur les os modernes*, etc., par A. Carnot (*Annales des Mines* pour 1893, t. I).

qu'on distingue au microscope dans la poudre de ces os, les nombres ci-dessus conduisent à la composition suivante :

Eau	8,785
Matière organique [osséine modifiée (¹)]	5,241
Silice et sable	2,163
Phosphate tricalcique	75,486
Fluorure de calcium (unis aux phosphates)	1,714
Chlorure de calcium (unis aux phosphates)	0,139
Phosphate trimagnésique	0,231
Phosphate d'alumine P^2O^5, Al^2O^3	0,141
Alumine en excès (avec un peu de fer)	0,547
Carbonate de chaux	5,145
Sulfate de chaux (²)	0,480
Oxyde de zinc	0,149
Oxyde de plomb	traces
Nitrates	traces
Total	100,221

» Il est remarquable de voir que dans ces ossements très anciens l'action des eaux du sous-sol a fait lentement diminuer le chlore normal uni à la chaux et l'a remplacé par du fluor qui, à l'état de fluorure calcique, s'est substitué aussi au carbonate calcaire en partie disparu. Il est intéressant encore de trouver une quantité notable de zinc et une trace de plomb. La présence du zinc dans ces os tient certainement à la nourriture des animaux dans ces pays où la calamine a été découverte depuis ces recherches. On sait, du reste, qu'en prenant toutes les précautions désirables, MM. F. Raoult et Breton ont trouvé de 3^{mgr} à 15^{mgr} de cuivre et 10^{mgr} à 76^{mgr} de zinc dans le foie normal des animaux, et que MM. Lechartier et Bellamy ont fait de semblables constatations. Ils ont retiré 32^{mgr} de ZnO de un kilogramme de chair de bœuf ordinaire et 20^{mgr} de dix-huit œufs de poule. Le zinc existe, en effet, dans beaucoup de végétaux, le blé, l'orge, les haricots, etc., et la *viola calaminaria* donne des cendres qui peuvent contenir jusqu'à 20 pour 100 d'oxyde de zinc.

» Ces ossements sont empâtés dans une terre de composition variable.

(¹) M. Scheurer-Kestner (*Bull. Soc. Chim.*, t. XIII, p. 208) a trouvé 8,39 de matière organique (*osséine modifiée*) dans les os de la tête de l'ours des cavernes, et 2,52 seulement dans le tibia du même animal.

(²) On peut l'extraire par lavages à l'eau.

La moyenne des échantillons, pris en divers points des galeries sur une épaisseur de 5[m] à partir du sol, a donné, après dessiccation à l'air, les nombres suivants :

Eau perdue à 120°	5,81
Perte d'eau au rouge; matière organique azotée (¹).	4,33
Sable et argile ferrugineux insolubles dans les acides affaiblis et contenant un peu d'acide phosphorique.	45,25
Sulfate de chaux (²)	11,31
Carbonate de chaux	4,00
Phosphate tribasique de chaux (³)	17,45
Phosphate d'alumine P^2O^5, Al^2O^3	10,63
Fluorure de calcium	1,83
Magnésie	trace

» Ainsi le sol et le sous-sol sont formés d'une argile légèrement sablonneuse avec veinules de gypse et concrétions calcaires déposées par les eaux, mêlée à une proportion très notable de phosphate de chaux et de phosphate d'alumine. Ce dernier, d'une rareté extrême dans la nature, préexiste bien dans les terres de remplissage de la grotte. On peut, en effet, l'enlever en les traitant à froid par une lessive alcaline très faible, qui dissout ce phosphate, que l'on peut précipiter ensuite par l'acide acétique affaibli.

» Dans une prochaine Communication, nous montrerons quelle est l'origine de ces deux phosphates, et par quel mécanisme ils se sont concrétionnés pour former la roche phosphatée compacte que l'on trouve à quelques mètres au-dessous du sol. »

HYGIÈNE. — *Sur le système sanitaire adopté par la* Conférence de Dresde *pour établir des mesures communes, propres à sauvegarder la santé publique en temps d'épidémie cholérique, sans apporter d'entraves inutiles aux transactions commerciales et au mouvement des voyageurs.* Note de M. **Brouardel**.

« Il y a un an, j'avais l'honneur de communiquer à l'Académie les conclusions adoptées en janvier 1892 par la Conférence sanitaire internatio-

---

(¹) Azote pour 100 dans cette terre 0gr,3, répondant à 2 pour 100 environ de matières organiques ne contenant qu'une très faible proportion de nitrates.

(²) A l'état de gypse cristallisé dosé directement par dissolution dans l'eau.

(³) En certains points, ce phosphate est en lamelles cristallines constituant le phosphate bibasique de chaux ou brushite.

nale de Venise. Actuellement, toutes les puissances européennes ont adhéré à cette convention. Les délégués français avaient réussi à faire adopter à Suez la réforme que le Comité d'Hygiène poursuit depuis huit ans :

» Substitution à un système quarantenaire pratiqué depuis des siècles, vexatoire et incertain dans ses résultats, d'un système plus rapide et plus certain; la désinfection par les appareils à vapeur sous pression et par les agents antiseptiques des linges sales, des objets, des vêtements souillés et des navires ou des parties de navire infectés.

» Le succès obtenu à Venise encouragea l'Autriche-Hongrie à prendre l'initiative d'une nouvelle réunion analogue. Le but n'était plus cette fois de régler les mesures propres à empêcher le choléra d'entrer en Europe. La donnée était celle-ci :

» Le choléra a pénétré dans un des États de l'Europe, quelles sont les règles à observer, au point de vue du transit des voyageurs et des marchandises, pour protéger les autres États.

» Cette nouvelle Conférence s'est ouverte à Dresde, le 11 mars 1893. Dix-neuf puissances étaient représentées; le Gouvernement français avait choisi les mêmes délégués qu'à Venise : M. M. Barrère, ministre plénipotentiaire à Munich, M. le professeur Proust et moi.

» Dès les premières séances, il fut manifeste que deux préoccupations opposées se trouvaient en présence. L'épidémie de choléra de 1892 avait montré quelles entraves non justifiables les puissances quarantenaires, je dirai volontiers ultraquarantenaires, pouvaient imposer au commerce des autres nations.

» Les puissances qui avaient été les victimes de ces prohibitions, à leur tête l'Allemagne, l'Autriche et l'Angleterre, voulaient qu'une convention fixât les limites des mesures que les diverses puissances pouvaient appliquer aux transactions commerciales. Ces limites ne pouvaient être dépassées. Cette limitation était donc obligatoire. Mais elles ne voulaient pas que la convention rendît obligatoires les mesures sanitaires applicables sur les frontières pour empêcher le choléra de se propager d'un pays à l'autre par les voyageurs ou leurs bagages. Ces mesures suivant elles devaient rester purement facultatives.

» Les puissances quarantenaires, au contraire, plus préoccupées de ne pas laisser pénétrer le choléra sur leur territoire que de protéger le com-

merce, ne voyant dans la convention projetée aucune garantie contre cette invasion possible, semblaient résolues à rester fidèles à l'ancien système quarantenaire.

» Les délégués français développèrent une opinion différente qui peut se résumer ainsi : c'est à tort que l'on oppose les intérêts commerciaux aux intérêts sanitaires, les deux sont absolument solidaires. Si les hygiénistes font adopter des prohibitions trop restrictives, ils apportent un tel trouble dans les transactions commerciales qu'ils créent la misère. Or, au point de vue de l'hygiène, si on laisse se constituer des foyers de misère, on prépare des victimes pour l'épidémie ; ces mesures excessives marchent en sens inverse du but à atteindre. Si, au contraire, pour ne pas nuire aux intérêts économiques on prend des mesures prophylactiques insuffisantes on ouvre les portes au choléra ainsi qu'à la misère sa compagne inséparable.

» Nous avons demandé par conséquent que la limite des entraves que l'on est en droit d'imposer au commerce soit obligatoire, mais qu'en même temps les mesures prophylactiques internationales le soient également.

» Cette doctrine se heurta aux instructions dont les délégués des diverses puissances étaient porteurs. Dans la séance du 20 mars, après une discussion qui fut soutenue au nom de l'Allemagne et de l'Angleterre par MM. R. Koch et Thorne-Thorne, et, d'autre part, par les délégués français, la conférence décida contre notre avis par 14 voix que la désinfection des objets souillés des voyageurs serait facultative. Seuls les délégués de France, de Grèce, de Russie et de Turquie votèrent pour la désinfection obligatoire.

» Les délégués français ne laissèrent pas ignorer que leur mission se trouvait terminée par ce vote. Ils ne pouvaient proposer à leur Gouvernement de signer une convention qui ne formulait aucune garantie pour la santé publique.

» A la suite de négociations continuées hors séance, nous présentâmes le 22 mars la proposition suivante, presque identique à celle qui avait été repoussée deux jours auparavant :

» La désinfection sera obligatoire pour le linge sale, les hardes et objets souillés provenant de la circonscription territoriale déclarée contaminée.

» Elle fut adoptée à l'unanimité, sauf par l'Angleterre qui fit quelques réserves.

» Je ne saurais rappeler, sans trop allonger cette Note, l'histoire complète des négociations qui suivirent. Nous eûmes encore quelques luttes à subir sur le terrain de la défense sanitaire; nous eûmes la satisfaction de faire accepter nos propositions par la grande majorité des puissances et de ne voir voter aucune décision à laquelle nous nous soyons opposés.

» La convention signée le 15 avril peut se résumer ainsi :

» Le gouvernement du pays contaminé notifiera dès son apparition aux autres gouvernements l'existence sur son territoire d'un foyer cholérique. Chaque gouvernement ne sera lui-même renseigné sur l'existence de ces épidémies que s'il a organisé chez lui la déclaration obligatoire par les médecins des cas de choléra.

» Les gouvernements ainsi prévenus devront publier immédiatement les mesures qu'ils prescriront au sujet des provenances de la circonscription contaminée; mais elles ne seront appliquées qu'à la circonscription territoriale infectée et non au pays tout entier dans lequel se trouve cette circonscription.

» Les seuls objets ou marchandises susceptibles qui peuvent être prohibées sont :

» 1° Les linges, hardes et vêtements portés, les literies ayant servi.

» 2° Les chiffons et les drilles. Exception est faite pour certaines catégories de chiffons qui ont subi des manipulations particulières.

» Pour les bagages : la désinfection sera obligatoire pour le linge sale, les hardes, vêtements et objets provenant d'une circonscription territoriale déclarée contaminée et que l'autorité sanitaire locale considérera comme dangereux.

» Il n'y aura pas de quarantaine terrestre. Seuls les malades cholériques et les personnes atteintes d'accidents cholériformes pourront être isolées et retenues aux frontières.

» Dans les ports, les navires infectés (navires ayant le choléra à bord ou ayant eu des cas de choléra depuis sept jours) seront soumis au régime suivant :

» Les malades seront débarqués et isolés. Les autres personnes seront débarquées si possible et soumises à une observation qui ne pourra dépasser cinq jours et qui pourra être diminuée suivant la durée de la traversée et les conditions sanitaires générales du navire. Le linge sale et le navire ou la partie du navire contaminée seront désinfectés.

» Les zones frontières, certaines catégories de personnes (bohémiens,

pèlerins, émigrants, etc.), les vaisseaux faisant le cabotage sont soumis à un régime spécial.

» A cette convention en est jointe une seconde basée sur les mêmes principes et réglant les mesures à prendre à l'égard des navires provenant d'un point contaminé et remontant le Danube.

» Tel est le résumé des principaux articles de la convention conclue à Dresde le 15 avril 1893.

» Elle a été signée immédiatement par les plénipotentiaires de l'Allemagne, l'Autriche-Hongrie, la Belgique, la France, l'Italie, le Luxembourg, le Monténégro, les Pays-Bas, la Russie, la Suisse.

» Les plénipotentiaires de l'Angleterre n'avaient pas encore reçu leurs pleins pouvoirs, mais ils ont adhéré à la convention.

» Les délégués de la Suède, du Danemark ont accepté *ad referendum* : ils recommanderont l'acceptation de la convention à leurs gouvernements.

» L'Espagne a déclaré qu'elle appliquerait les mesures prises sur terre, mais qu'elle n'était pas encore en état d'appliquer les mesures à prendre dans les ports.

» La Roumanie et la Serbie ont voté toutes les propositions acceptées par la Conférence; mais leur situation géographique les place sous la dépendance sanitaire de la Turquie, et elles ne pourront se joindre aux autres Puissances que lorsque la Turquie aura elle-même adhéré.

» Le Portugal, la Grèce et la Turquie sont seuls restés fidèles à l'ancien système quarantenaire.

» Bien que toutes les Puissances n'aient pas accepté la convention, il y a lieu de penser que l'unanimité qui réunit les grandes Puissances européennes entraînera l'adhésion des autres gouvernements. Ceux-ci auront une occasion toute naturelle d'entrer dans la convention, car, dans un an, une nouvelle Conférence se réunira à Paris pour prendre contre l'introduction du choléra en Europe par le golfe Persique et la Perse, des mesures analogues à celles qui ont été codifiées pour l'isthme de Suez. »

ASTRONOMIE. — *Observations des comètes Brooks* (1892, *VI*), *Holmes* (1892, *III*), *et Brooks* (1893, *I*), *faites au grand équatorial de Bordeaux par MM.* G. Rayet, L. Picart *et* F. Courty. Note de **G. Rayet.**

Comète Brooks (1892, VI).

Dates 1892.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Sept. 1.....	12.46. 2,8	6. 8.32,34	—1̄,691	58.22.58,4	—0,766	1	G. Rayet
4.....	14.28.30,1	6.16.11,32	—1̄,672	58.41. 1,0	—0,639	2	G. Rayet
Oct. 18.....	17.30.32,8	8.25.58,74	—1̄,084	70.18.36,2	—0,584	3	F. Courty
19.....	13. 6.16,5	8.28.49,98	—1̄,647	70.39. 6,1	—0,744	4	G. Rayet
20.....	13. 4.40,3	8.34.15,69	—1̄,645	71.14.15,0	—0,752	5	G. Rayet
Nov. 3.....	13. 3.39,9	9.24.59,74	+1̄,627	80.14.36,3	—0,779	6	L. Picart
7.....	13.46.53,9	9.34.11,43	—1̄,604	83. 6.49,4	—0,776	7	L. Picart
21.....	16. 1.44,9	10.44.36,76	—1̄,426	96.45.27,0	—0,833	8	L. Picart

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1892,0.

Étoile.	Catalogues et autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1..	½[Weisse₂. H. VI, 178. — A.G.Z. Leide, 156]	6. 9.34,27	+1,21	58.24.53,5	—4,42
2..	½[Weisse₂. H. VI, 306. — A.G.Z. Leide, 158 et 276]	6.13.59,85	+1,30	58.37.28,0	—4,35
3..	Rumker, 2548	8.25.28,63	+1,88	70.10.45,4	+0,25
4..	Weisse₂. H. VIII, 684	8.30.37,18	+1,81	70.44.32,8	+0,42
5..	Weisse₂. H. VIII, 788 et 789	8.35.35,60	+1,86	71.16.22,3	+0,65
6..	Weisse₁. H. IX, 557	9.27.29,93	+1,86	80.21.10,4	+2,42
7..	Paris, 11965	9.37.48,39	+1,88	83.17.52,0	+2,62
8..	*Annales de Munich,* t. I, 5790	10.42.31,25	+1,78	96.50.50,8	+4,86

» En septembre la comète était faible, diffuse, et sans condensation bien sensible.

» En octobre et novembre la comète était assez brillante, ronde, avec un faible noyau bien net.

COMÈTE HOLMES (1892, III).

Dates 1893.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Janv. 27.....	8.24. 7,4	1.35.45,38	$\bar{1}$,589	56.17.27,5	−0,479	1	L. Picart
30.....	9.24.21,4	1.41. 9,85	$\bar{1}$,667	56.14.21,2	−0,577	2	G. Rayet
Févr. 1.....	9. 6.20,7	1.44. 5,41	$\bar{1}$,656	56.12. 8,7	−0,648	3	G. Rayet
2.....	8.32.43,0	1.45.33,00	$\bar{1}$,620	56.10.49,4	−0,502	4	G. Rayet
4.....	8.43.11,0	1.48.35,24	$\bar{1}$,644	56. 8. 1,6	−0,539	5	G. Rayet
14.....	8.35.27,0	2. 4. 9,88	$\bar{1}$,655	55.50.13,9	−0,550	6	L. Picart
18.....	8.59.13,3	2.10.41,39	$\bar{1}$,684	55.41.35,1	−0,599	7	G. Rayet

Étoiles.	Catalogues et autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1..	½[Weisse₁. H. I, 726. — A.G.Z. Leide, 397 et 398]	1.34.16,57	−0,93	56.12. 4,5	−8,12
2..	½[Weisse₂. H. I, 726. — A.G.Z. Leide, 393 et 397]	1.42.39,21	−0,91	56.23.25,2	−8,18
3..	½[Weisse₁. H. I, 892-893. — A.G.Z. Leide, 393 et 397]	1.41. 7,57	−0,96	56.13.12,6	−7,99
4..	½[Weisse₂. H. I, 934. — A.G.Z. Leide, 393 et 397]	1.42.39,21	−0,96	56.23.25,2	−7,93
5..	Weisse₂. H. I, 1047	1.47.28,08	−0,95	56. 1.46,1	−8,09
6..	Weisse₂. H. I, 1434	2. 1.57,65	−1,03	55.51. 5,6	−7,88
7..	Weisse₂. H. II, 119	2. 8. 0,89	−0,87	55.35.21,8	−8,27

» Ces observations font suite à celles publiées dans les *Comptes rendus* du 6 novembre 1892.

» La comète, très diffuse et très faible pendant les premiers jours de janvier, a pris entre le 14 et le 16 l'apparence d'une étoile nébuleuse avec noyau de 8e à 9e grandeur. A Bordeaux la persistance du mauvais temps a empêché toute observation avant le 27 janvier.

» 1893 *janvier* 27. — La comète est diffuse. Son noyau, assez net, allongé, est brillant et présente la même apparence que pendant les observations des premiers jours de novembre 1892.

» 1893 *janvier* 30. — Ciel très éclairé par la Lune; la comète paraît faible; condensation centrale toujours visible.

» 1893 *février* 1. — Avec le brouillard et la Lune les observations sont pénibles. L'aspect n'a pas changé.

» 1893 *février* 2. — La comète est faible et très diffuse.

» 1893 *février* 4. — La comète est une nébulosité diffuse d'environ 4′ d'arc de diamètre, avec une condensation lumineuse légèrement excentrique et de forme allongée.

» 1893 *février* 18. — La comète est une nébulosité elliptique, diffuse, de 3′ à 4′ d'arc de diamètre. La nébulosité n'offre plus de point remarquable propre à servir de repère. Observations pénibles.

» Pendant cette seconde série d'observations la comète paraît donc avoir passé par des phases analogues à celles qu'elle avait montrées en novembre et décembre. La matière de son noyau, d'abord très condensée, s'est peu à peu répandue dans toute la masse de l'astre dont le diamètre apparent s'est ainsi progressivement accru, en même temps qu'il devenait de plus en plus diffus.

Comète Brooks (1893, I).

Dates 1892-93.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire apparente.	Log. fact. parallaxe.	Étoiles.	Observ.
	h m s	h m s		° ′ ″			
Déc. 16.....	16.33. 1,1	13.55.45,02	—$\bar{1}$,614	56.13.15,2	—0,496	1	L. Picart
17.....	16.35.59,7	14. 0.12,87	—$\bar{1}$,620	54.46.27,4	—0,460	2	L. Picart
28.....	6. 3.51,9	15.26.48,99	$\bar{1}$,843	35.21.40,5	—0,870	3	L. Picart
30.....	5.54.59,2	15.59.28,39	$\bar{1}$,802	31.25. 2,8	—0,818	4	L. Picart
31.....	6. 0.47,9	16.19.24,57	$\bar{1}$,839	29.34.32,6	—0,804	5	L. Picart
Janv. 2.....	6.11.43,9	17. 7.21,39	1,926	26.26.44,9	—0,731	6	G. Rayet
3.....	5.52.40,2	17.27.24,44	$\bar{1}$,972	25.18.18,9	—0,648	7	L. Picart
4.....	6.18.29,7	18. 5.17,41	$\bar{1}$,988	24.28.27,2	—0,634	8	G. Rayet
11.....	8.27.49,4	21.20.13,44	$\bar{1}$,939	28.40.21,4	—0,582	9	G. Rayet
12.....	8.52.51,6	21.38.44,85	$\bar{1}$,917	30.10.42,5	—0,623	10	G. Rayet
25.....	9.58.13,3	23.31. 2,63	$\bar{1}$,738	48.29.33,9	—0,747	11	G. Rayet
Févr. 4.....	9.33.42,4	0. 1.26,31	$\bar{1}$,693	57.57.53,6	—0,762	12	G. Rayet
12.....	9. 7.10,6	0.16.34,97	$\bar{1}$,679	61.30.11,5	—0,762	13	G. Rayet
14.....	9.14.51,1	0.19.42,59	$\bar{1}$,672	62.23.13,3	—0,777	14	L. Picart
18.....	8. 4.16,9	0.25.21,08	$\bar{1}$,669	64. 0.18,2	—0,727	15	G. Rayet
Mars 7.....	7.35.19,4	0.44.25,53	$\bar{1}$,656	68.47.34,7	—0,760	16	L. Picart
8.....	7.39.38,0	0.45.22,97	$\bar{1}$,655	69. 0. 8,5	—0,766	17	G. Rayet
9.....	7.28.27,7	0.46.18,97	$\bar{1}$,655	69.12. 2,8	—0,766	18	L. Picart
11.....	7.47. 3,6	0.48.10,18	$\bar{1}$,652	69.35.21,6	—0,780	19	G. Rayet

Position moyenne des étoiles de comparaison pour 1892,0 *et* 1893,0.

Étoile.	Catalogues et autorités.	Ascension droite moyenne.	Réduction au jour.	Distance polaire moyenne.	Réduction au jour.
		h m s	s	° ′ ″	″
1..	Bonn, t. VI + 33°, nº 2407	13.59.26,73	+1,35	56.12.49,2	+25,71
2..	Weisse₂. H. XIII, 1332-1333	14. 2. 3,16	+1,35	54.42.22,1	+26,29
3..	½[Argelander, 15265. — A.G.Z. Cambridge (U.S.), 1745]	15.21.38,89	+0,11	35.24.20,7	+28,44
4..	½[Bonn, t. VI. + 58°, 1611. — A.G.Z. Cambridge (U.S.), 8637]	16. 3.14,11	−0,74	31.32.37,4	+25,55
5..	½[Argelander, 16133. — A.G.Z. Helsingfors-Gotha, 8763]	16.17.28,46	−1,13	29.26.16,5	+24,18
6..	½[Argelander, 16944. — A.G.Z. Helsingfors-Gotha, 9173]	17.10.20,92	−2,26	26.24.18,3	−14,40
7..	A.G.Z. Helsingfors-Gotha, 9341	17.31. 9,17	−2,90	25.24.55,3	+13,65
8..	½[Argelander, 18032-33. — A.G.Z. Christiana, 2808]	18.10.15,65	−3,27	24.38.49,0	+11,61
9..	½[Argelander, 22104. — A.G.Z. Helsingfors-Gotha, 12097]	21.17.32,27	−3,32	28.40.51,1	− 0,42
10..	½[Argelander, 22691. — A.G.Z. Helsingfors-Gotha, 12423]	21.37.12,92	−3,16	30. 4.27,4	− 1,62
11..	Bonn, t. VI + 41°, 4834	23.34. 7,03	−1,84	48.36.38,2	− 3,81
12..	½[Weisse₂. H. XXIII, 1383. — A.G.Z. Leide; zones 389-396]	0. 3.17,97	−1,55	57.57.39,6	− 1,58
13..	Weisse₂. H. O., 396	0.16.34,97	−1,48	61.30.11,5	− 0,37
14..	Armagh₂, 61	0.22.11,26	−1,45	62.24. 5,4	− 0,12
15..	Weisse₂. H. O., 552	0.23.47,97	−1,44	64. 5.46,9	+ 0,64
16..	½[Weisse₂. H. O., 1115. — Zones de Berlin]	0.45.12,53	−1,36	68.51.40,1	+ 2,46
17..	½[*Annalen de Munich*₁, 441. — Zones de Berlin]	0.43.22,29	−1,37	69. 1.12,4	+ 2,68
18..	D.M. + 20°, 120. — Zones de Berlin	0.47.47,52	−1,35	69. 9.24,1	+ 2,55
19..	½[Weise₂. H. O., 1211. — Zones de Berlin]	0.49.19,95	−1,35	69.29.46,6	+ 2,70

» Les transformations de la comète ont suivi une marche régulière et normale.

» Au milieu de décembre la comète était ronde avec un noyau assez net. Son diamètre apparent a ensuite régulièrement augmenté jusqu'à son

passage au périhélie; elle était alors assez brillante avec un noyau de 13e grandeur. Le noyau était encore visible à la fin de janvier.

» Pendant les mois de février et de mars la comète est restée ronde, bien condensée, et son diamètre apparent a diminué jusqu'à n'être plus que de 15″ d'arc environ le 8 mars. »

MÉCANIQUE. — *Sur un cas général où le problème de la rotation d'un corps solide admet des intégrales uniformes;* par M. **Hugo Gyldén**. (Extrait d'une lettre adressée à M. Ch. Hermite.)

« Dans une Note très remarquable insérée dans les *Comptes rendus* de la séance du 20 juillet 1885, M. Tisserand montre que la partie principale de la précession des équinoxes s'obtient en intégrant les équations simultanées

$$(1)\qquad \begin{cases} A\dfrac{dp}{dt}+(C-B)qr=\dfrac{\sin\varphi}{\sin\theta}\left(\dfrac{\partial U}{\partial\psi}+\cos\theta\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}\right)-\cos\varphi\dfrac{\partial U}{\partial\theta},\\ B\dfrac{dq}{dt}+(C-A)pr=\dfrac{\cos\varphi}{\sin\theta}\left(\dfrac{\partial U}{\partial\psi}+\cos\theta\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}\right)+\sin\varphi\dfrac{\partial U}{\partial\theta},\\ C\dfrac{dr}{dt}+(B-A)pq=\dfrac{\partial U}{\partial\varphi}; \end{cases}$$

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt}=q\sin\varphi-p\cos\varphi,\\ \sin\theta\dfrac{d\psi}{dt}=q\cos\varphi+p\sin\varphi,\\ \dfrac{d\varphi}{dt}=r+\cos\theta\dfrac{d\psi}{dt}, \end{cases}$$

après y avoir admis

$$A=B;\qquad U=-f(C-A)\sin\theta^2,$$

f étant un coefficient constant.

» Le résultat important de M. Tisserand m'a suggéré la pensée d'examiner si les équations signalées admettaient des solutions uniformes, la fonction U étant déterminée par une hypothèse plus générale que celle de M. Tisserand; et ensuite de chercher le problème mécanique donnant lieu à une telle expression généralisée de la fonction des forces. Mais, bien que l'idée des questions proposées fût parfaitement dressée, il y a déjà quelques années, je n'ai pas pu trouver, jusqu'à présent, l'occasion d'élaborer les matières dont il s'agit.

» Après avoir remarqué que les équations (1) et (2) admettent l'intégrale des forces vives, savoir

$$(3) \qquad A p^2 + B q^2 + C r^2 = h + 2U,$$

U étant une fonction de θ, ψ et φ seuls, et h l'arbitraire introduite par l'intégration, nous passons à la première question.

» Or, en admettant

$$A = B; \qquad U = f(\theta),$$

$f(\theta)$ étant une fonction de θ seul, ne renfermant ni ψ ni φ, on obtient des équations (1) et (2) deux nouvelles intégrales, savoir

$$(4) \qquad \frac{d\psi}{dt} = \frac{n_1 \cos\theta - \lambda_1}{\sin\theta},$$

$$r = n,$$

où l'on a désigné par n et λ_1 les deux arbitraires, et par n_1 le produit $n\frac{C}{A}$ (voir la Note de M. Tisserand).

Maintenant, si nous supposons, pour limiter un peu l'étendue de notre question, que U soit une fonction de $\cos\theta$ seul, en sorte qu'il viendra un résultat de la forme

$$p^2 + q^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \cos\theta + \alpha_2 \cos\theta^2 + \ldots,$$

et que nous introduisions les expressions signalées de $\frac{d\psi}{dt}$ et de $p^2 + q^2$ dans l'équation

$$\sin\theta^2 \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = p^2 + q^2,$$

nous aurons

$$\sin\theta^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -(n_1 \cos\theta - \lambda_1)^2 + (1 - \cos\theta^2)(\alpha_0 + \alpha_1 \cos\theta + \ldots),$$

ou bien, si nous écrivons z au lieu de $\cos\theta$,

$$(5) \qquad \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = -(n_1 z - \lambda_1)^2 + (1 - z^2)(\alpha_0 + \alpha_1 z + \ldots).$$

» Il s'ensuit que, si le nombre des constantes α_n est fini, z sera une fonction elliptique ou ultra-elliptique du temps. Mais cherchons à exprimer la fonction z par une série périodique, même si les α_n constituent une série infinie que je suppose convergente comme une progression géométrique.

Il y a, c'est vrai, diverses manières d'opérer, moyennant des approximations successives, l'inversion de l'équation (5) : parmi elles, la méthode suivante mérite, il me semble, quelque attention.

» Supposons que l'équation

$$o = -(n_1 z - \lambda_1)^2 + (1 - z^2)(\alpha_0 + \alpha_1 z + \ldots)$$

admette les deux racines consécutives et réelles z_0 et z_1, en sorte que nous pouvons écrire

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = (z - z_0)(z_1 - z)(\beta_0 + \beta_1 z + \beta_2 z^2 + \ldots),$$

où le facteur $\beta_0 + \beta_1 z + \ldots$ reste toujours positif tant que la valeur de z n'excède pas les limites z_0 et z_1. Les conditions qu'a établies M. Weierstrass dans une Note insérée en 1866 dans *Sitzungsberichte* de l'Académie de Berlin étant ainsi remplies, il est certain que l'inversion demandée est possible.

» Posons, dans l'équation précédente,

$$z_1 - z_0 = c, \qquad z = z_0 + c\zeta.$$

Nous obtenons ainsi un résultat de la forme

$$(6) \qquad \left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2 = \zeta(1 - \zeta)(\gamma_0 + \gamma_1 \zeta + \gamma_2 \zeta^2 + \gamma_3 \zeta^3 + \ldots),$$

ou bien, après avoir introduit une nouvelle variable indépendante u, moyennant la relation

$$dt = \mu\, du,$$

μ étant une constante à notre disposition, l'équation

$$\left(\frac{d\zeta}{di}\right)^2 = \mu^2\gamma_0\zeta - \mu^2(\gamma_0 - \gamma_1)\zeta^2 - \mu^2(\gamma_1 - \gamma_2)\zeta^3 - \mu^2\gamma_2\zeta^4 + \mu^2\zeta(1 - \zeta)(\gamma_3\zeta^3 + \gamma_4\zeta^4 + \ldots).$$

» En abordant l'intégration de cette équation, moyennant des approximations successives, nous supposons les γ, à partir de γ_3, égaux à zéro; nous déterminons ensuite convenablement le coefficient μ et nous désignons par $-u_0$ une constante arbitraire : l'intégrale de l'équation (6) s'exprimera alors aisément au moyen de fonctions elliptiques dépendant de l'argument $u - u_0$ et d'un module que nous désignerons par k. Ce module pourra, d'ailleurs, être considéré comme une constante arbitraire

remplaçant la constante qui est renfermée dans le coefficient α_0. Mais l'expression de ζ qu'on obtient ainsi, et que nous désignerons par ζ_0, est aussi l'intégrale de l'équation

$$(7) \qquad \frac{d^2\zeta_0}{du^2} = \tfrac{1}{2}\mu^2\gamma_0 - \mu^2(\gamma_0 - \gamma_1)\zeta_0 - \tfrac{3}{2}\mu^2(\gamma_1 - \gamma_2)\zeta_0^2 - 2\mu^2\gamma_2\zeta_0^3.$$

» Or, en désignant la différence $\zeta - \zeta_0$ par z, et en retranchant l'équation (7) de la dérivée de l'équation (6), il restera

$$(8) \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2 z}{du^2} = \mu^2[-(\gamma_0 - \gamma_1) - 3(\gamma_1 - \gamma_2)\zeta_0 - 6\gamma_2\zeta_0^2] z \\ \qquad - [\tfrac{3}{2}\mu^2(\gamma_1 - \gamma_2) + 6\mu^2\gamma_2\zeta_0] z^2 - 2\mu^2\gamma^2 z^3 \\ \qquad + \tfrac{1}{2}\mu^2 \dfrac{d[\zeta(1-\zeta)(\gamma_3\zeta^3 + \gamma_4\zeta^4 + \ldots)]}{du}, \end{cases}$$

équation d'où l'on déduit, au moyen d'approximations, la correction z qu'il faut ajouter à ζ_0 pour avoir la fonction complète ζ.

» Quant à l'intégration de l'équation (8), il suffit de remarquer que $\dfrac{\partial\zeta_0}{\partial u_0}$ est une intégrale particulière de l'équation

$$\frac{d^2 z}{du^2} = \mu^2[-(\gamma_0 - \gamma_1) - 3(\gamma_1 - \gamma_2)\zeta_0 - 6\gamma_2\zeta_0^2]$$

(voir mon Mémoire *Nouvelles recherches, etc.*, § 2, art. 2).

» Par cette remarque, on sera amené à établir la première approximation en négligeant les deux termes dépendant de z^2 et z^3, quantités que nous supposons très petites, et en mettant ζ_0 au lieu de ζ dans le dernier terme du second membre. Avec la valeur de z obtenue de la sorte, et qui ne contiendrait, si l'on avait déterminé les arbitraires surabondantes convenablement, que des termes périodiques, on pourra continuer les approximations. On parviendra ainsi à l'expression de z si approchée qu'on voudra.

» Ayant obtenu la valeur de z et en conséquence celles de ζ et de $\cos\theta$, on déduira facilement les expressions de $\dfrac{d\psi}{dt}$ et de $\dfrac{d\varphi}{dt}$; et il convient de remarquer que toutes ces expressions sont des fonctions périodiques ayant la période $4k$. Finalement, les expressions de ψ et de φ s'obtiennent moyennant des quadratures.

» Je me permettrai de revenir, prochainement, à la seconde question. »

PHYSIQUE. — *Sur le déplacement de la température du maximum de densité de l'eau par la pression, et le retour aux lois ordinaires sous l'influence de la pression et de la température;* par M. **E.-H. Amagat.**

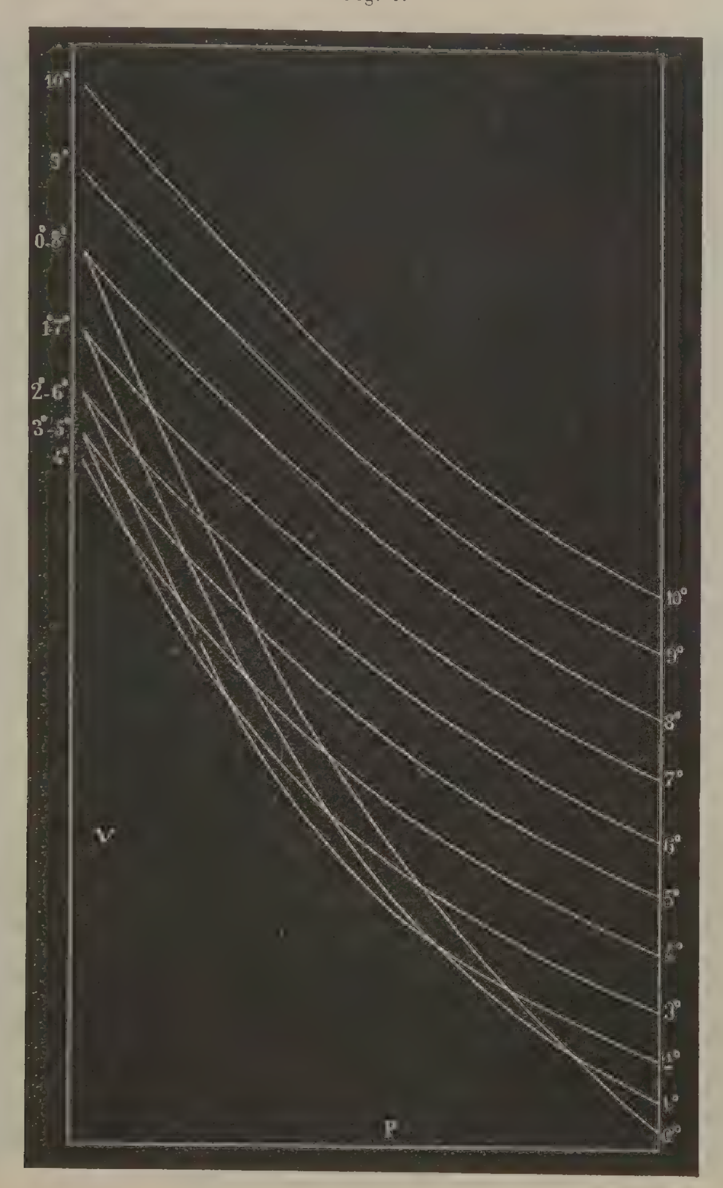
« En 1887, quand j'ai publié les résultats de mes premières recherches sur le déplacement de la température du maximum de densité par la pression, j'ignorais que plusieurs physiciens s'étaient déjà occupés de cette question : le fait avait été prévu et vérifié pour de faibles pressions par MM. Van der Waals et Puschl; M. Tait, exécutant sous pression une expérience analogue à celle de Hope, avait montré que la température, au fond d'un vase rempli d'eau surmontée d'une couche de glace, est inférieure à 4°; enfin MM. Marshall, Smith et Omond avaient trouvé que, sous pression, la température pour laquelle l'eau ne subit plus de variation thermique sous l'influence d'un faible accroissement de pression est inférieure à 4°.

» Ces expériences mettent seulement le fait en évidence; pour suivre l'ensemble du phénomène, il fallait, ainsi que je l'ai fait depuis, construire un réseau assez serré d'isothermes entre 0° et 10°; dans cet intervalle, j'ai déterminé expérimentalement les isothermes de degré en degré jusqu'à 1000^{atm}. Le réseau de ces isothermes n'a pu être tracé, tellement elles sont rapprochées dans certaines parties à cause de la petitesse des angles sous lesquels elles se coupent; cependant, comme il est intéressant de se rendre compte de l'entrecroisement de ces courbes qui montre de suite l'ensemble du phénomène, voici un diagramme (*fig.* 1) qui est, pour ainsi dire, l'exagération du fait, grâce à quoi il a pu être dessiné. Les pressions sont portées sur l'axe des abscisses, et les volumes sur celui des ordonnées. Sur chaque isotherme, on a inscrit la température à laquelle elle est censée correspondre; il n'a été tenu compte, bien entendu, que de l'ordre des points d'intersection et nullement de la distance relative ou des rapports de longueur des segments formés.

» On voit que les isothermes forment, en s'entrecoupant, un étranglement du réseau, à la suite duquel celui-ci va en s'évasant; c'est le contraire de ce qui a lieu pour les autres liquides dont les réseaux vont en convergeant sous des pressions de plus en plus fortes. Cet épanouissement inverse du réseau, pour l'eau, a encore lieu pour un certain nombre d'isothermes supérieures à 8° dont les premières tout au moins iraient se couper sous des pressions inférieures à 1^{atm}; il disparaît au fur et à mesure que la tem-

pérature s'élève; de même, pour une température donnée, il disparaît sous des pressions de plus en plus fortes, mais très lentement.

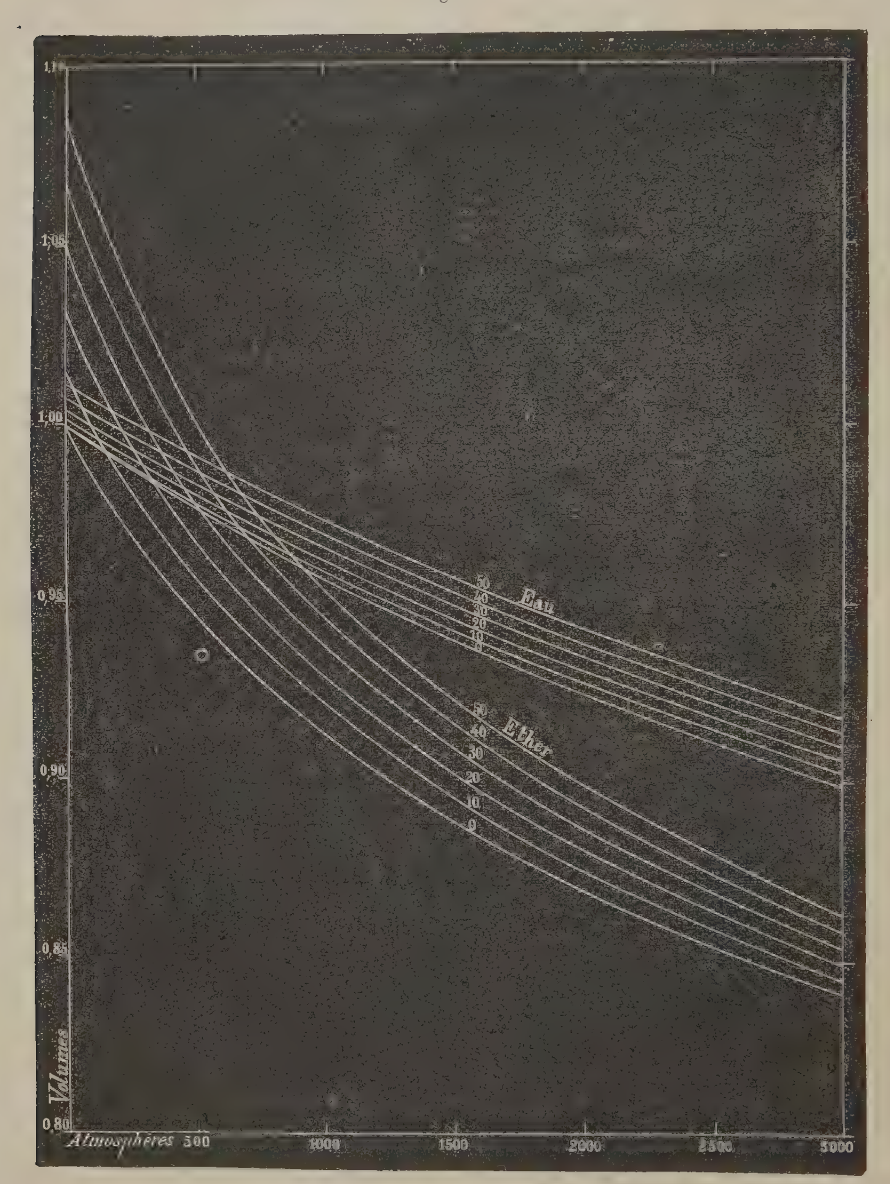
Fig. 1.



» Le diagramme ci-contre (*fig.* 2) qui figure les isothermes pour l'eau et l'éther de 10° en 10°, entre 0° et 50° et jusqu'à 3000^atm^, montre de suite

comment, pour l'eau, l'épanouissement du réseau est renversé et disparaît graduellement sous l'influence de la température et de la pression.

Fig. 2.



» On voit de suite comment résulte de là le renversement de la plupart des lois que j'ai examinées dans mes précédentes Notes; notamment : la

diminution du coefficient de compressibilité quand la température croît, l'accroissement du coefficient de dilatation avec la pression, la variation rapide du coefficient de pression avec la température, etc.

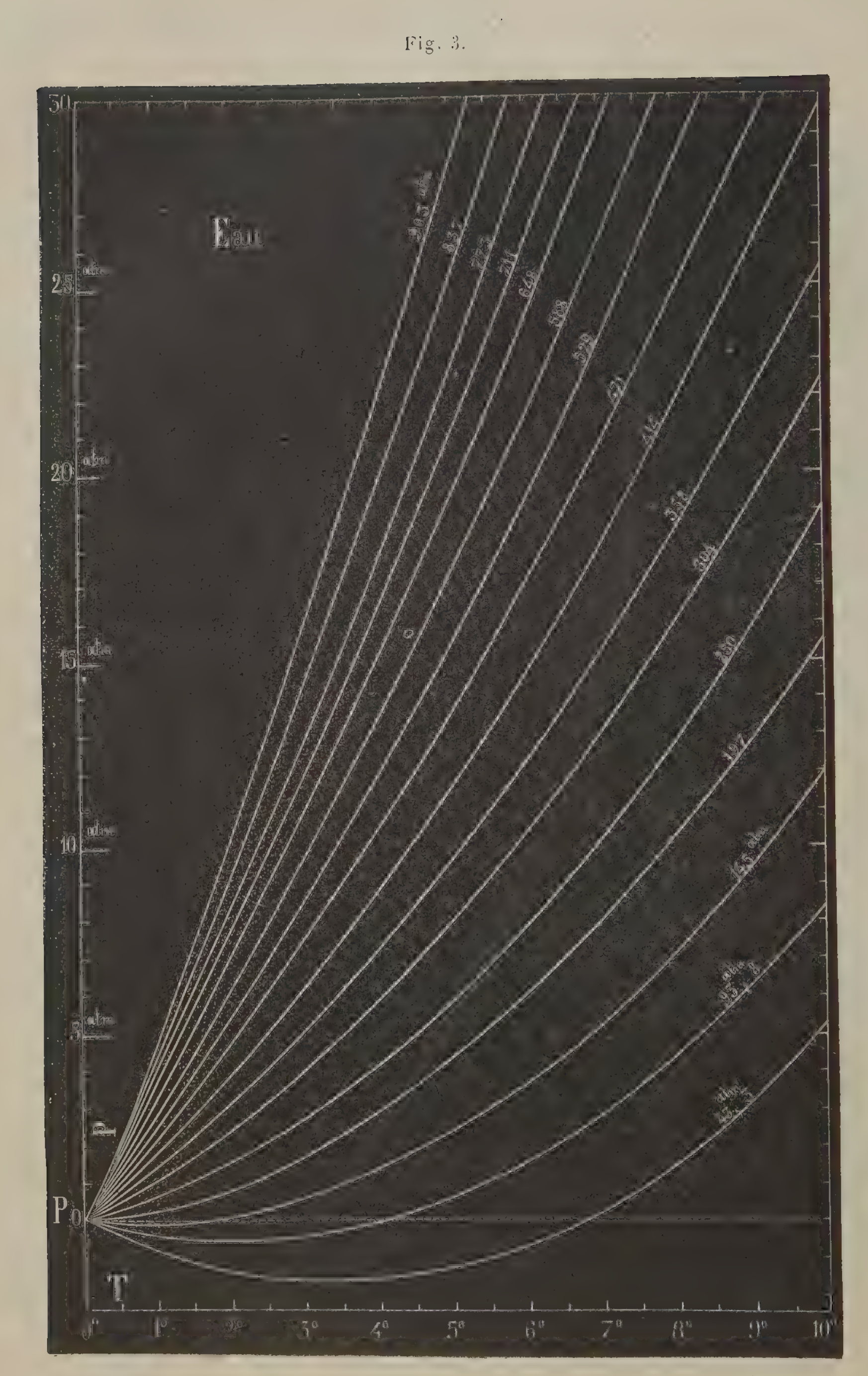
» Le diagramme montre qu'avant 3000^{atm} l'épanouissement du réseau de l'eau a disparu; on peut prévoir que, sous des pressions plus fortes, ce réseau irait en se resserrant, ainsi que cela a lieu depuis la pression normale pour tous les autres liquides étudiés; on voit aussi que le retour aux conditions normales se fait sous de faibles pressions par le fait d'une élévation suffisante de température, de telle sorte que l'eau rentre dans le cas des autres liquides sous des pressions d'autant moindres que la température est plus élevée, et à des températures d'autant moins élevées que la pression est plus forte. On peut dire que, dans les limites de 0° à 100°, vers 3000^{atm}, les anomalies dues à l'existence du maximum de densité ont disparu; que, pour les lois qui avaient été renversées, ou l'ordre normal est rétabli, ou le renversement n'existe plus et le rétablissement de cet ordre normal peut être prévu avec certitude.

» On remarquera encore que les liquides ne sauraient acquérir un maximum de densité sous l'influence de la pression, ainsi que l'avait pensé M. Grimaldi pour l'éther, c'est tout le contraire qui a lieu; il est facile de voir que, si les isothermes vont en convergeant quand la pression augmente, et c'est le cas de tous les liquides étudiés sauf l'eau, le maximum de densité, s'il en existe un à cette température, ne peut être que dépassé, c'est-à-dire ne saurait exister que sous de plus faibles pressions.

» Je reviens maintenant aux résultats fournis par les isothermes entre 0° et 10° et à leur représentation graphique.

» J'ai d'abord, en tenant compte de la variation de volume du piézomètre, dressé un premier Tableau des pressions à volume constant; ces résultats ont été ensuite représentés par un diagramme (*fig.* 3) dont chaque courbe a été obtenue en portant les températures en abscisses, et sur les ordonnées les pressions nécessaires pour maintenir constant à ces températures le volume relatif à cette courbe. L'ordonnée à zéro étant d'autant plus grande pour les courbes successives que celles-ci correspondent à des volumes constants plus petits, on a transporté ces courbes de manière à ce qu'elles partent toutes de l'origine, afin d'éviter la hauteur exagérée qu'aurait eue le diagramme, et l'on a inscrit sur chacune d'elles l'ordonnée initiale à zéro, qu'il faut ajouter à chaque ordonnée pour avoir la pression correspondante.

Fig. 3.



» Le tracé régularisé des courbes s'est fait sans difficulté ; on en a déduit les résultats consignés au Tableau suivant, qui ne présentent, avec les résultats primitifs, aucune différence notable.

EAU.

Pressions à volume constant et coefficients de pression $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t} = \mathrm{B}\right)$.

Volumes constants.	0°.	B.	1°.	B.	2°.	B.	3°.	B.	4°.	B.	5°.	B.	6°.	B.	7°.	B.	8°.	B.	9°.	B.	10°.
	atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm		atm
0,99778	43,35	$\overline{0,8}$	42,55	$\overline{0,65}$	41,90	$\overline{0,28}$	41,62	**0,06**	41,68	**0,32**	42,00	**0,60**	42,60	**0.90**	43,50	**1,25**	44,75	**1,75**	46,50	**2,15**	48,65
0,99525	93,80	$\overline{0,35}$	93,45	$\overline{0,15}$	93,30	**0,10**	93,40	**0,39**	93,79	**0,71**	94,50	**0,95**	95,45	**1,25**	96,70	**1,50**	98,20	**1,90**	100,1	**2,10**	102,2
5,99273	145,1	$\overline{0,15}$	144,95	**0,3**	145,25	**0,47**	145,72	**0,68**	146,4	**1,0**	147,4	**1,3**	148,7	**1,6**	150,3	**1,9**	152,2	**2,3**	154,5	**2,5**	157,0
0,99020	197,0	**0,3**	197,3	**0,6**	197,9	**0,9**	198,8	**1,2**	200,0	**1,5**	201,5	**1,6**	203,1	**1,9**	205,0	**2,3**	207,3	**2,5**	209,8	**2,7**	212,5
0,98766	250,1	**0,7**	250,8	**0,9**	251,7	**1,1**	252,8	**1,4**	254,2	**1,8**	256,0	**2,0**	258,0	**2,3**	260,3	**2,7**	263,0	**2,9**	265,9	**3,1**	269,0
0,98513	303,6	**1,2**	304,8	**0,13**	306,1	**1,6**	307,7	**1,8**	309,5	**2,1**	311,6	**2,4**	314,0	**2,7**	316,7	**2,9**	319,6	**3,1**	322,7	**3,3**	326,0
0,98260	358,4	**1,5**	359,9	**1,5**	361,4	**2,0**	363,4	**2,2**	365,6	**2,4**	368,0	**2,7**	370,7	**3,0**	373,7	**3,1**	376,8	**3,6**	380,4	**3,5**	383,9
0,98007	414,0	**1,9**	415,9	**2,1**	418,0	**2,2**	420,2	**2,6**	422,8	**2,7**	425,5	**3,2**	428,7	**3,3**	432,0	**3,7**	435,7	**3,9**	439,6	**4,2**	443,8
0,97753	470,8	**2,4**	473,2	**2,5**	475,7	**2,8**	478,5	**2,9**	481,4	**3,1**	484,5	**3,4**	487,9	**3,6**	491,5	**3,9**	495,4	**4,3**	499,7	**4,6**	504,3
0,97499	528,9	**2,7**	531,6	**2,8**	534,4	**3,1**	537,5	**3,4**	540,9	**3,6**	544,5	**3,9**	548,4	**4.1**	552,5	**4,4**	556,9	**4,6**	561,5	**4,8**	566,3
0,97245	588,5	**3,0**	591,5	**3,2**	594,7	**3,5**	598,2	**3,6**	601,8	**3,9**	605,7	**4,3**	610,0	**4,5**	614,5	**4,6**	619,1	**4,9**	624,0	**5,1**	629,1
0,96991	648,5	**3,5**	652,0	**3,6**	655,6	**3,9**	659,5	**4,1**	663,6	**4,4**	668,0	**4,6**	672,6	**4,8**	677,4	**5,3**	682,7	**5,3**	688,0	**5,4**	693,4
0,96736	710,7	**3,8**	714,5	**4,0**	718,5	**4,1**	722,6	**4,5**	727,1	**4,7**	731,8	**4,9**	736,7	**5,3**	742,0	**5,4**	747,4	**5,7**	753,1	**5,9**	759,1
0,96482	773,3	**4,1**	777,4	**4,1**	781,5	**4,3**	785,8	**4,9**	790,7	**5,2**	795,9	**5,3**	801,2	**5,8**	807,0	**6,0**	813,0	**6,2**	819,2	**6,4**	825,6
0,96227	837,5	**4,6**	842,1	**4,8**	846,9	**5,0**	851,9	**5,4**	857,3	**5,6**	862,9	**5,8**	868,7	**6,0**	874,7	**6,1**	880,8	**6,4**	887,2	**6,8**	894,0
0,95972	903,2	**5,0**	908,2	**5,2**	913,4	**5,7**	919,1	**5,9**	925,0	**6,2**	931,2	**6.3**	937,5	**6,4**	943,9	**6,6**	950,5	**6,8**	957,3	**7,0**	964,3

» J'ai intercalé les valeurs des coefficients de pression (B) entre les deux pressions auxquelles ils se rapportent ; la rétrogradation du maximum de densité se voit de suite à l'inspection du changement de signe de (B) (les valeurs négatives ont le signe — placé au-dessus d'elles) qui a lieu en même temps que celui du coefficient de dilatation sous pression constante ; le phénomène est encore plus facile à suivre sur le diagramme ; la température du maximum de densité est, pour chaque courbe, l'abscisse de l'ordonnée minima ; en ajoutant à cette ordonnée la pression initiale à zéro inscrite sur la courbe on a la pression correspondante.

» On trouve ainsi pour température du maximum de densité :

Sous la pression de	41,6 atm	3°,3
»	93,3	2,0
»	144,8	0,6

» La forme de la quatrième courbe montre que le maximum de densité a déjà atteint et même un peu dépassé zéro sous la pression de 197^{atm} ; il

atteint donc cette température sous une pression un peu inférieure à celle résultant de mes premières recherches, qui n'étaient du reste que des essais préliminaires.

» La rétrogradation moyenne entre 4° et 0°,6 serait, d'après les résultats ci-dessus, de 0°,025 par atmosphère; elle irait en s'accentuant légèrement avec la pression, mais cette accélération est incertaine, car il suffit d'une bien petite erreur pour déplacer d'une façon notable le point de contact des tangentes horizontales aux courbes.

» Les fractions d'atmosphère, inscrites au Tableau ci-dessus, peuvent, surtout aux pressions élevées, paraître illusoires; cela peut être vrai en valeur absolue, mais non si l'on considère les différences entre les pressions successives; ce sont, du reste, les résultats directement pris sur le diagramme; j'ai conservé deux décimales seulement au voisinage de l'ordonnée minima, là où la variation est extrêmement lente.

» Il est évident qu'en limitant la pression, par exemple, à 200^{atm} et la température à 10°, on pourrait fouiller davantage le phénomène et obtenir plus de précision, tandis qu'il s'agit ici d'un travail d'ensemble dans lequel la partie relative au maximum de densité n'occupe qu'une place relativement restreinte; mais, j'ai tenu à ce que tous les résultats soient déterminés sur une charge unique de liquide, de manière à avoir un ensemble auquel on pourra toujours raccorder, s'il y a lieu, un travail de détail relatif à un point présentant un intérêt particulier. »

CHIMIE AGRICOLE. — *Recherches pour établir les bases d'une nouvelle méthode destinée à reconnaître la falsification des beurres par la margarine employée seule ou en mélange avec d'autres matières grasses d'origine végétale ou animale*. Note de M. **A. Houzeau**. (Extrait par l'auteur.)

« I. Les différences notables que j'ai obtenues à l'égard de la solubilité dans l'alcool des beurres purs et des matières grasses qui servent communément à les falsifier m'ont suggéré l'idée de me servir de ces données pour reconnaître, dans le beurre falsifié, la présence de la margarine, qui est bien moins soluble dans l'alcool que les beurres.

» Mais M. Duclaux nous a initiés aux difficultés que présente la détermination de cette solubilité des matières grasses dans l'alcool. Il n'en est plus de même si l'on substitue à la solubilité absolue la détermination de la solubilité relative. Le mode opératoire devient simple et rapide.

» Il est évident, en effet, que, si deux matières grasses anhydres, beurre et margarine, sont dissoutes sous le même poids, dans le même volume d'alcool, d'une concentration invariable et à une température déterminée, la limpidité de ces dissolutions cessera à une température d'autant plus élevée que la matière grasse sera moins soluble, et la température, observée au moment où le trouble de la liqueur masquera un indicateur blanc, pourra servir d'appréciation à cette solubilité relative.

» C'est à ce moment précis qu'on observe la température indiquée par le thermomètre. On a donc ainsi ce que j'appelle le *degré de trouble* du beurre.

» II. L'apport frauduleux de la margarine (oléo-margarine, graisse de bouche) et en général des matières grasses, moins solubles que le beurre (huiles spéciales pour les fraudeurs), se reconnaît par ce procédé.

	Degré de trouble.
Beurre pur anhydre	63°,0
Même beurre falsifié avec 8 pour 100 de margarine	65,5
Même beurre falsifié avec 8 pour 100 d'huile spéciale pour les fraudeurs	65,4

» L'erreur possible dans la prise du trouble ne dépasse guère 0°,2; il est possible de reconnaître ainsi la margarine ajoutée frauduleusement alors que sa proportion ne dépasse pas 4 pour 100. On est en présence d'un moyen simple, soit pour établir un certain classement parmi les beurres, soit pour reconnaître rapidement si la marchandise fournie est conforme à l'échantillon. Cette première épreuve est en outre éliminatrice :

» *Tout beurre de notre région, qui ne se dissout pas entièrement dans l'alcool,* suivant les prescriptions de la méthode, *est un beurre falsifié*.

» III. Si tous les beurres présentaient le *même degré de trouble,* le problème si difficile de la recherche de la margarine serait résolu.

» Il n'en est pas ainsi. Le *degré de trouble* peut varier au moins, pour les beurres de la Seine-Inférieure, de l'Eure et du Calvados, de 59° à 71°-72°.

» Bien plus, dans la même ferme, le beurre préparé avec le lait des mêmes vaches peut, en quelques mois, et même à dix ou quinze jours d'intervalle, présenter d'assez notables différences dans son degré de trouble.

» Dans tous les cas on voit combien la question d'origine ne peut guère servir de point de repère pour établir, par voie de comparaison, l'identité de composition des beurres suspects.

» Il était donc indispensable de créer, avec les éléments naturels des beurres purs, une sorte de beurre type à *degré de trouble invariable*.

» De là l'idée de l'*unification des beurres purs*.

» IV. *Unification des beurres purs*. — La voie à suivre pour atteindre ce résultat était tout indiquée par mes observations précédentes.

» Puisqu'un beurre pur à degré de trouble élevé doit cette propriété à une plus grande richesse en glycérides peu solubles, n'était-il pas possible, en éliminant partiellement ces glycérides peu solubles d'arriver, de part et d'autre, à obtenir des beurres appauvris, qui présenteraient le même degré de trouble?

» Cette unification se réalise en effet aisément sur les beurres purs les plus disparates quant à leur solubilité relative, en les dissolvant, à l'état anhydre, dans un volume déterminé du même alcool titré et chauffé à une température constante. Les solutions alcooliques très limpides sont ensuite soumises à un refroidissement lent, dans une étuve dont la température ne doit jamais descendre au-dessous d'une certaine limite.

» Par ce refroidissement, les beurres purs se dépouillent de leurs glycérides les moins solubles, qu'on sépare par filtration dans l'étuve même, où les entonnoirs et les récipients ont dû séjourner pour avoir la même température que l'étuve. L'évaporation de l'alcool fournit des beurres qui, ramenés à l'état anhydre par la dessiccation, se trouvent unifiés.

	Degré de trouble	
	avant l'unification.	après l'unification.
Beurre pur...............	59°,0	60°,0
Autre beurre pur.........	67,5	60,2

Il est présumable que les beurres authentiques des autres régions de la France se comportent de même. C'est à vérifier.

» V. Cependant, certains beurres purs à degré de trouble élevé échappent à cette première unification. Dans ce cas, on doit toujours contrôler le résultat par une seconde unification en opérant cette fois sur le beurre presque unifié et non sur le beurre normal.

» On a ainsi des beurres plus appauvris en glycérides peu solubles que ceux de la première unification, et qui présentent entre eux, lorsqu'ils sont purs, le même degré de trouble.

	Degré de trouble du beurre normal.	Degré de trouble de la 1re unification.	Degré de trouble de la 2e unification.
Beurre pur...........	59°,0	60°,0	42°,0
Autre beurre pur.....	64,2	60,0	42,0
Autre beurre pur.....	71,0	62,3	42,0

» VI. Enfin, la nouvelle méthode met à profit le dosage des acides volatils des glycérides qui constituent les beurres unifiés.

	1re Unification. Degré de trouble.	Total des acides volatils exprimés en Na O titrée.
Beurre pur unifié	60°,0	23cc,6
Autre beurre pur unifié	60,0	23,6
Autre beurre pur non unifié à la 1re précipitation	63,5	22,0

» VII. D'autre part, les solutions alcooliques des matières grasses ajoutées au beurre (margarine, végétaline, etc.) fournissent aux traitements alcooliques des extraits anhydres dont les moins solubles élèvent le degré de trouble des beurres unifiés, tandis que les plus solubles l'abaissent. De là, un moyen de reconnaître leur présence dans les beurres falsifiés, et d'apprécier approximativement leur proportion.

	Degré de trouble de la seconde unification.
Beurre pur	42°,0
Même beurre falsifié avec 6 pour 100 de margarine	43,0
Même beurre falsifié avec 8 pour 100 de végétaline	41,0

» La méthode fait donc bien ressortir la nature de la matière grasse étrangère ajoutée au beurre. Quand le degré de trouble est supérieur à celui de l'unification, c'est l'indice d'une fraude par la margarine, qui est moins soluble que le beurre; quand il est inférieur, c'est que le beurre a été additionné de végétaline, ou de toute autre substance plus soluble que le beurre.

» Si, d'autre part, nous arrivons à répondre de la prise du degré de trouble, à 2 dixièmes de degré près, on voit qu'il sera possible de suspecter la présence de la margarine et de la végétaline, alors que leur proportion ne dépasserait pas 4 à 6 pour 100 du poids du beurre.

» Ces faits se confirment plus nettement encore si l'on applique le dosage des acides volatils aux beurres unifiés.

	2e unification. Acides volatils exprimés en soude titrée.
Beurre pur	18cc,3
Même beurre falsifié avec 6 pour 100 de margarine (oléo).	17,5
Même beurre falsifié avec 10 pour 100 de végétaline	16,2

» VIII. On voit cependant que le dosage des acides volatils ne saurait caractériser si la matière grasse ajoutée frauduleusement aux beurres est de la margarine peu soluble ou de la végétaline très soluble, ce que peut établir, dans des cas déterminés, la prise du degré de trouble. Mais cet inconvénient est racheté par un plus grand avantage dans la pratique.

» En effet, j'ai pu faire des mélanges de margarine et de végétaline en proportions telles que ces mélanges, ajoutés au beurre, fournissaient des degrés de trouble semblables à ceux des beurres purs. Mais alors le dosage des acides volatils sur le beurre unifié mettait immédiatement en relief la multiple falsification.

	2ᵉ unification.	
	Degré de trouble.	Acides volatils exprimés en soude titrée.
Beurre pur........................	42°,0	18^{cc},3
Même beurre falsifié avec 10 pour 100 d'un mélange de margarine et de végétaline........................	42°,1	16^{cc},7

» J'estime qu'environ 5 pour 100 seulement de ce mélange de margarine et de végétaline eussent pu être reconnus.

» Quand certaines données expérimentales seront à nouveau contrôlées et complétées, je pourrai tirer des faits exposés dans ce travail les éléments d'une méthode suffisamment sensible.

» C'est pour me réserver cette faculté et prendre date que je publie, dès aujourd'hui, un résumé des lignes principales de mes recherches.

» Je signale avec plaisir à l'Académie le concours fort consciencieux que m'a prêté dans ce travail M. Sprecher, préparateur de la Station agronomique. »

M. **Émile Picard**, en présentant à l'Académie un fascicule de son « Traité d'Analyse, » s'exprime comme il suit :

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le second fascicule qui termine le deuxième Volume de mon *Traité d'Analyse*. Ce fascicule contient les leçons que j'ai faites cet hiver à la Sorbonne; il traite des intégrales abéliennes et des surfaces de Riemann.

» On peut, par une représentation géométrique convenable, rendre intuitifs les principaux résultats de la théorie des surfaces de Riemann. Cette vue claire de la surface de Riemann une fois obtenue, toutes les ap-

plications se déroulent avec la même facilité que dans la théorie classique de Cauchy relative au plan simple. Mais il importe de juger à sa véritable valeur la belle conception de Riemann. Ce serait une vue incomplète que de la regarder seulement comme une méthode simplificative pour présenter la théorie des fonctions algébriques. Si importante que soit la simplification apportée dans cette étude par la considération de la surface à plusieurs feuillets, ce n'est pas là ce qui fait le grand intérêt des idées de Riemann. Le point essentiel de sa théorie est dans la conception *a priori* de la surface connexe formée d'un nombre limité de feuillets plans et dans le fait qu'à une telle surface conçue dans toute sa généralité correspond une classe de courbes algébriques. Nous nous sommes donc particulièrement attaché à la question difficile et capitale de l'existence des fonctions analytiques sur une surface de Riemann arbitrairement donnée.

» Le problème précédent est même susceptible d'être généralisé, si l'on prend une surface fermée arbitraire dans l'espace et qu'on considère l'équation de Beltrami qui lui correspond. Il est possible de faire correspondre à la surface une classe de courbes algébriques. On sait que ce résultat a été démontré en quelque sorte expérimentalement par M. Klein, qui a insisté sur les rapports que présente la théorie des intégrales abéliennes avec l'étude du mouvement de l'électricité sur une surface fermée. Nous pensons avoir traité rigoureusement ces questions en restant à un point de vue purement analytique.

» Tout en accordant la préférence aux méthodes de Riemann, dans lesquelles la théorie des fonctions et la Géométrie de situation se prêtent un mutuel appui, nous n'avons pas négligé le point de vue algébrique. Malheureusement, pour cette partie de la théorie, on doit regretter que les leçons de M. Weierstrass sur les fonctions algébriques n'aient jamais été publiées. »

M. Mascart présente à l'Académie le troisième Volume de son « Traité d'Optique ».

« J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie du troisième Volume de mon *Traité d'Optique*. J'ai indiqué précédemment la nature des matières traitées dans la première Partie de ce Volume publiée il y a déjà près d'un an. La seconde Partie, qui termine l'Ouvrage, renferme une étude détaillée des propriétés optiques de l'air, des phénomènes produits par les particules en suspension, les gouttelettes des nuages ou les gouttes de

pluie, et des apparences si variées auxquelles donnent lieu les cristaux de glace, enfin un résumé des principes d'analyse spectrale et de la dispersion. Quelques additions aux différents Chapitres ont été, en outre, indiquées dans un complément.

» J'ai le regret d'ajouter que les planches coloriées qui doivent accompagner le second Volume ne sont pas encore terminées. Ce travail difficile a été interrompu par la mort du premier graveur qui l'avait entrepris et par une longue maladie de l'artiste qui l'a continué. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les concours de 1893.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

Prix Savigny. — MM. Milne-Edwards, de Lacaze-Duthiers, Blanchard, Perrier, Ranvier réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Grandidier et Sappey.

Prix Montyon (*Médecine et Chirurgie*). — MM. Verneuil, Bouchard, Guyon, Brown-Séquard, Charcot, Marey, Larrey, Brouardel, Sappey réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Chauveau et Ranvier.

Prix Bréant. — La Commission permanente est composée de MM. les Membres de la Section de Médecine et Chirurgie.

Prix Godard. — MM. Guyon, Verneuil, Bouchard, Charcot, Sappey réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Brown-Séquard et Brouardel.

Prix Serres. — MM. Ranvier, Bouchard, Perrier, Chauveau, Verneuil réunissent la majorité des suffrages. Les Membres qui, après eux, ont obtenu le plus de voix sont MM. Sappey et Milne-Edwards.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Ch. Lorot soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur un appareil de locomotion aérienne et sur l'explication de divers phénomènes physiques.

(Renvoi à la Commission des aérostats, à laquelle M. Brouardel est prié de s'adjoindre).

M. Motto adresse un Mémoire sur les préparations dérivées de l'huile d'olive.

(Commissaires : MM. Friedel, Schützenberger.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse de Soleil du* 16 *avril* 1893 *à l'observatoire de la Société scientifique Flammarion de Marseille.* Note de M. **Léotard.**

« Grandeur, 21 centièmes, heure nationale (beau temps).

» Entrée de l'ombre à $3^h 39^m$ (S.-E.). Maximum de l'éclipse, $4^h 18^m$.

» Sortie de l'ombre à $4^h 55^m$ (E.-N.-E.).

» Il y a, par rapport au calcul, une différence en moins de 40^s environ pour la durée de l'éclipse.

» Les montagnes du bord lunaire ont été visibles sur le Soleil, à la lunette et par projection.

» Observateurs : MM. Bruguière, Léotard, Codde, Bouvresse, Vignola, Nègre, Perrotet. Lunettes de 160^{mm} et 108^{mm}. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations différentielles.* Note de M. **Vessiot**, présentée par M. Picard.

« Dans un travail récent (*Ann. de l'École Normale,* 1893), nous avons abordé l'étude des équations différentielles qui possèdent des systèmes fondamentaux d'intégrales, en traitant le cas des équations du premier

ordre. Voici quelques résultats concernant les équations analogues du second ordre. Soit

$$(1) \qquad x'' = F(x, x', t)$$

une équation du second ordre. Nous supposons que son intégrale générale s'exprime, en fonction d'intégrales particulières $x_1, x_2, \ldots, x_n$ par une formule, connue ou inconnue, mais dont la forme ne dépende pas de ces intégrales particulières,

$$(2) \qquad x = f(x_1, x'_1, \ldots, x_n, x'_n \mid a, b).$$

On en déduit, pour x', en tenant compte de (1), une formule analogue

$$(3) \qquad x' = g(x_1, x'_1, \ldots, x_n, x'_n \mid a, b).$$

» Nous nous bornerons, dans cette Note, au cas où t ne figure explicitement dans aucune des formules (2) et (3). C'est ce qui a lieu évidemment pour une équation linéaire sans second membre, ou avec second membre; et aussi pour une équation de la forme

$$(4) \qquad x'' + 3xx' + x^3 + 3\lambda(x' + x^2) + 3\mu x + \nu = 0,$$

c'est-à-dire ayant pour intégrales les dérivées logarithmiques des intégrales d'une équation linéaire homogène du troisième ordre. Nous allons montrer que *toute équation de la classe considérée se ramène à l'une de ces trois formes, ou s'abaisse au premier ordre, par une transformation de la forme*

$$(5) \qquad X = \varphi(x, x').$$

» Nous partons du même principe que dans le travail rappelé. On peut supposer les constantes d'intégration a, b tellement choisies que les équations

$$(6) \qquad \left\{ \begin{aligned} a' &= f(x_1, x'_1, \ldots \mid a, b), \\ b' &= g(x_1, x'_1, \ldots \mid a, b), \end{aligned} \right.$$

définissent un groupe. Supposons d'abord que ce groupe laisse invariante au moins une famille de courbes à un paramètre

$$\varphi(a, b) = \text{const.}$$

» Cela prouve qu'on a, comme conséquence des équations (6), une identité

$$\varphi(a', b') = \chi[\varphi(a, b), x_1, x'_1, \ldots],$$

c'est-à-dire que, pour toute intégrale de (1), on a

$$\varphi(x, x') = \chi(c, x_1, x'_1, \ldots),$$

c étant une constante. Si donc on change de fonction inconnue, par la formule (5), on obtiendra en X une équation de premier ordre. De plus, l'équation

$$c' = \chi(c, x_1, x'_1 \ldots)$$

définissant elle-même un groupe, on peut supposer φ choisie de telle sorte que χ soit linéaire en c, ou soit une fraction du premier degré, c'est-à-dire que la transformée en X sera une équation linéaire ou une équation de Riccati. Quant au calcul de la transformation (5), il exigera, dans le cas le plus défavorable, des quadratures ou l'intégration d'une équation de Riccati.

» Si le groupe (6) ne laisse invariante aucune famille de courbes à un paramètre, il est semblable à un groupe projectif à 5, 6 ou 8 paramètres. Dans les deux premiers cas, on peut donc déterminer φ et ψ de telle sorte que, si l'on pose

$$\alpha = \varphi(a, b), \qquad \beta = \psi(a, b),$$
$$X = \varphi(x, x'), \qquad Y = \psi(x, x'),$$

les équations (2) et (3) prennent la forme

$$X = L\alpha + M\beta + N, \qquad Y = P\alpha + Q\beta + R.$$

Si donc on fait dans (1), par exemple, la transformation (5), la transformée sera une équation linéaire du second ordre. Dans le troisième cas, on voit de même qu'on arrive à une transformée, dont l'intégrale générale est de la forme

$$X = \frac{aA\ (t) + bB\ (t) + C\ (t)}{aA_1(t) + bB_1(t) + C_1(t)}.$$

Elle appartient donc à la classe plus générale des équations dont l'intégrale générale est

$$P(X, t) + aQ(X, t) + b = 0.$$

» M. Lie a montré qu'une telle équation s'intègre par des quadratures et par l'intégration d'une équation linéaire homogène du troisième ordre. Cette dernière se ramenant immédiatement à la forme (4), notre théorème est établi. La réduction de la transformée à la forme (4) peut d'ailleurs se faire d'une manière directe et plus simple. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la structure des groupes finis et continus.* Note de M. CARTAN, présentée par M. Picard.

« J'ai exposé, dans une précédente Note, les résultats remarquables auxquels est arrivé M. Killing, relativement à la structure des groupes simples, en indiquant les principaux points de son travail qui me paraissent insuffisants. Je m'occuperai, dans cette Note, de la structure des groupes en général.

» M. Lie a depuis longtemps (*Archiv for Math. og Nat.*, B. III.) partagé les groupes en deux grandes classes : les groupes *intégrables* et les groupes *non intégrables*. On dit qu'un groupe d'ordre r est *intégrable* lorsqu'il admet un sous-groupe invariant d'ordre $r-1$, celui-ci un sous-groupe invariant d'ordre $r-2$, et ainsi de suite. Les groupes intégrables sont encore caractérisés par ce fait que, si l'on prend leurs groupes dérivés successifs, on finit par arriver à la transformation identique. Cette classification des groupes joue un grand rôle, non seulement au point de vue spécial de la structure, mais encore au point de vue de l'intégration des équations différentielles.

M. Killing introduit une autre classification des groupes qui, au fond, en la modifiant un peu, concorde avec la précédente. Il appelle *rang* d'un groupe *le nombre des coefficients indépendants de l'équation caractéristique de ce groupe*. En réalité, ce n'est pas le rang d'un groupe qui est intéressant, mais le rang de son *groupe dérivé;* en effet, le rang peut s'abaisser en passant au groupe dérivé, mais, *pour tous les groupes dérivés successifs, il est le même*. Or, comme cela a été démontré par M. Engel (*voir* UMLAUF, thèse, Leipzig), les groupes de rang zéro sont intégrables et, réciproquement, les groupes intégrables ont pour groupes dérivés des groupes de rang zéro. Nous retombons ainsi sur la classification de M. Lie.

» M. Killing ne donne que des indications incomplètes sur les groupes de rang zéro. Pour étudier le cas général, il donne au groupe une certaine forme réduite très remarquable basée sur la nature des racines de l'équation caractéristique. Il fait correspondre à une transformation générale du groupe G un sous-groupe γ de rang zéro, et dont l'ordre est égal au nombre des racines identiquement nulles de l'équation caractéristique. Si l'on suppose que $X_1 f, \ldots, X_m f$ sont les transformations de ce sous-groupe, et si, dans l'équation caractéristique on annule $e_{m+1}, \ldots, e_r$, le pre-

mier membre de cette équation se décompose en un produit de facteurs linéaires en $e_1, e_2, \ldots, e_m$. A chacun de ces facteurs linéaires ou *racines*, M. Killing fait correspondre autant de transformations qu'il y a d'unités dans son degré de multiplicité, de sorte qu'on obtient le nombre de transformations indépendantes nécessaire pour définir le groupe.

» M. Killing étudie d'abord le cas où le groupe est *parfait* ([1]) et où toutes les racines de son équation caractéristique sont simples. Il arrive ainsi à trois sortes de groupes :

» 1° Les groupes *simples*, dont j'ai déjà parlé;

» 2° Les groupes qu'il appelle *semi-simples* (halbeinfach) et qui sont formés de sous-groupes invariants simples échangeables entre eux;

» 3° Des groupes formés d'un sous-groupe simple ou semi-simple et d'un sous-groupe invariant à transformations toutes échangeables entre elles.

» L'étude du cas général des groupes parfaits est fondée sur un théorème que j'ai déjà indiqué dans ma précédente Note et qui est le suivant :

» *Si un groupe est parfait, le sous-groupe γ, relatif à une transformation générale quelconque, a ses transformations toutes échangeables entre elles.*

» Malheureusement ce théorème n'est vrai que dans des cas particuliers. Néanmoins, le résultat général auquel M. Killing arrive est juste : *Tout groupe non intégrable est formé d'un sous-groupe simple ou semi-simple et d'un sous-groupe invariant intégrable.*

» On se rend bien facilement compte que ce théorème revient aux deux suivants :

» *Tout groupe qui n'admet pas de sous-groupe invariant intégrable est simple ou semi-simple.*

» *Si l'on considère le plus grand sous-groupe invariant intégrable* g *d'un groupe* G, *il existe un sous-groupe* g' *qui, avec* g, *complète* G.

» Je suis parvenu à démontrer directement le premier théorème en m'appuyant sur une propriété remarquable que j'ai trouvée au coefficient $\psi_2(e)$ de ω^{r-2} dans l'équation caractéristique, coefficient qui est une forme quadratique de $e_1, e_2, \ldots, e_r$. Cette propriété est la suivante :

» *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un groupe soit intégrable est que toutes les transformations de son groupe dérivé annulent $\psi_2(e)$.*

» La considération de ce coefficient $\psi_2(e)$ me donne en même temps,

---

([1]) M. Lie appelle groupe *parfait* un groupe qui est son propre groupe dérivé.

sans résolution d'aucune équation, le plus grand sous-groupe invariant intégrable du groupe donné.

» Quant au deuxième théorème, je le démontre d'abord dans le cas où le sous-groupe g a ses transformations échangeables entre elles, et je ramène de proche en proche tous les cas à celui-là, grâce aux propriétés des groupes intégrables.

» Ce théorème donne, en particulier, le théorème de Engel [1] d'après lequel *tout groupe est intégrable dans le cas, et dans le cas seulement, où il ne contient aucun sous-groupe à trois paramètres de la structure du groupe projectif de la droite,* théorème dont aucune démonstration rigoureuse n'a, je crois, été *publiée* jusqu'à présent.

» Enfin, je signalerai le résultat auquel je suis arrivé relativement à la forme comparée des équations caractéristiques d'un groupe G et de son groupe dérivé G′, et qui est le suivant :

» *Si l'on imagine le premier membre de l'équation caractéristique de* G′ *décomposé en facteurs irréductibles, il suffit, dans chacun de ces facteurs, de remplacer la variable* ω *par* ω *plus une forme linéaire de* $e_1, e_2, \ldots, e_r$ *pour avoir le premier membre de l'équation caractéristique de* G. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles ordinaires qui possèdent un système fondamental d'intégrales.* Note de M. A. **Guldberg**, présentée par M. Picard.

« On sait que la théorie générale des groupes continus de M. Lie et d'autre part sa théorie d'intégration d'un système complet qui admet un tel groupe a trouvé beaucoup d'applications importantes dans les recherches sur les invariants différentiels et surtout dans un beau travail de M. Picard et deux Mémoires importants de M. Vessiot [2]. Dans la Note suivante je cherche à généraliser les résultats de la dernière Note de M. Vessiot.

» Soit donné le système d'équations différentielles ordinaires

$$\frac{dx_1}{dt} = \mathrm{F}_1(t, x_1, \ldots, x_n), \qquad \ldots, \qquad \frac{dx_n}{dt} = \mathrm{F}_n(t, x_1, \ldots, x_n).$$

---

(1) *Voir,* en particulier, Engel, *Kleinere Beiträge zur Gruppentheorie* (*Leipziger Berichte,* p. 95-99; 1887).

(2) Vessiot, *Annales de l'École Normale* pour 1892 et 1893.

» Nous nous proposons d'étudier les différents cas où l'on peut exprimer le système général de solutions $x_1, \ldots, x_n$ par m systèmes particuliers de solutions

$$(1) \qquad x_1^{(1)}, \quad \ldots, \quad x_n^{(1)}, \quad \ldots, \quad x_1^{(m)}, \quad \ldots, \quad x_n^{(m)},$$

et n constantes arbitraires a par des formules connues ou inconnues

$$(2) \qquad x_i = f_i(x_1^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}, a_1, \ldots, a_n) \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

qui subsistent lorsqu'on y remplace les solutions (1) par mn autres solutions particulières quelconques.

» Nous démontrerons d'une manière absolument analogue à celle employée par M. Vessiot que l'on peut supposer dans les formules (2) les constantes d'intégration $a_1, \ldots, a_n$ tellement choisies que les équations

$$(3) \qquad x_i = f_i(x_1^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}, a_1, \ldots, a_n) \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

définissent un groupe aux mn paramètres $x_1^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}$ entre les variables indépendantes a et les variables dépendantes x.

» Posons, en effet,

$$b_i = f_i(x_1^{(1)_0}, \ldots, x_n^{(1)_0}, \ldots, x_1^{(m)_0}, \ldots, x_n^{(m)_0}, a_i, \ldots, a_n) \; (i = 1, 2, \ldots, n),$$

$x_1^{(1)_0}, \ldots, x_n^{(1)_0}, \ldots, x_1^{(m)_0}, \ldots, x_n^{(m)_0}$ étant des constantes; les équations (3) prendront la forme

$$x_i = g_i(x_1^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}, \ldots, b_1, \ldots, b_n) \; (i = 1, 2, \ldots, n)$$

qui définissent, d'après M. Lie, un groupe de transformations des x en b aux mn paramètres $x_1^{(1)}, \ldots, x_n^{(1)}, \ldots, x_1^{(m)}, \ldots, x_n^{(m)}$. Ce groupe est m fois transitif; on en conclut, d'après un théorème fondamental de M. Lie, que m ne peut pas surpasser $(n+2)$; *les valeurs de m sont donc* $1, 2, \ldots, (n+2)$. Dans le cas $m = n+2$, le groupe est semblable au groupe projectif général.

» Dans le cas $n = 2$, j'ai examiné les différents groupes correspondant à des valeurs de m et j'ai trouvé onze types différents. »

MÉCANIQUE. — *Sur la réduction du problème des tautochrones à l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre et du second degré.* Note de M. G. Kœnigs.

« I. Soit donnée une famille de surfaces $U(x, y, z)$, je me propose en premier lieu de chercher les surfaces S sur lesquelles ces surfaces données découpent une famille de courbes parallèles.

» Je représente par ds^2 le carré de l'élément d'arc de la surface cherchée, par $H = f(U)$ une fonction arbitraire de U. Il suffit, conformément à un théorème de Gauss, d'exprimer que la différence

$$ds^2 - dH^2 = dx^2 + dy^2 (p\,dx + q\,dy)^2 - \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x} + p\frac{\partial H}{\partial z}\right)dx + \left(\frac{\partial H}{\partial y} + q\frac{\partial H}{\partial z}\right)dy\right]^2$$

est un carré parfait.

» Je pose, pour abréger,

$$A = 1 + p^2 - \left(\frac{\partial H}{\partial x} + p\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2,$$

$$B = pq \quad - \left(\frac{\partial H}{\partial x} + p\frac{\partial H}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial H}{\partial y} + q\frac{\partial H}{\partial z}\right),$$

$$\Phi = \left(\frac{\partial H}{\partial x}p + \frac{\partial H}{\partial y}q - \frac{\partial H}{\partial z}\right)^2 - \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial z}\right)^2 - 1\right](p^2 + q^2 + 1),$$

et la différence précédente peut s'écrire

$$(1) \qquad ds^2 - dH^2 = \frac{1}{A}(A\,dx + B\,dy)^2 + \frac{1}{A}\Phi\,dy^2.$$

» L'équation différentielle des surfaces cherchées est donc

$$(2) \qquad \Phi = 0.$$

» On voit en même temps que leur ds^2 a la forme

$$(3) \qquad ds^2 = dH^2 + \frac{1}{A}(A\,dx + B\,dy)^2,$$

en sorte que les géodésiques auxquelles sont orthogonales les courbes parallèles $H =$ const. ont pour équation

$$(4) \qquad A\,dx + B\,dy = 0.$$

» Maintenant, d'après l'identité (1) elle-même, si l'on envisage autour du point x, y, z le cône Γ suivant les génératrices duquel s'effectuent les déplacements qui vérifient l'équation

$$(5)\qquad dx^2 + dy^2 + dz^2 - \left(\frac{\partial H}{\partial x} dx + \frac{\partial H}{\partial y} dy + \frac{\partial H}{\partial z} dz\right)^2 = 0,$$

l'équation (2) exprime évidemment que, en chacun de ses points, la surface intégrale S touche le cône Γ, et la génératrice de contact est précisément celle suivant laquelle s'effectue le déplacement défini par l'équation (4); or cette génératrice de contact est justement la tangente à la caractéristique. Concluons donc que *les géodésiques représentées par l'équation* (4) *sont les caractéristiques de l'équation* (2).

» A la page 189 du tome V des *Mathematische Annalen*, M. Lie a énoncé ce fait que les équations de la forme (2) possèdent, à l'exclusion de toute autre, la propriété d'admettre des caractéristiques géodésiques. On voit ici l'origine géométrique de ces équations; je vais montrer qu'elles fournissent la solution générale du problème des tautochrones.

» II. D'après une théorie générale due à Monge, toute intégrale de l'équation (5) s'obtiendra en prenant, sur une surface intégrale de (2), la courbe enveloppe E des caractéristiques.

» Or *ces courbes* E *sont des courbes tautochrones, pour la force émanant du potentiel*

$$V = \alpha - \beta H^2,$$

où α, β sont deux constantes quelconques, dont la dernière est positive.

» L'équation (5) donne, en effet, en comptant les arcs à partir du point A où la courbe E coupe la surface $H = 0$,

$$(6)\qquad s = H,$$

d'où

$$s^2 = H^2 = \frac{\alpha - V}{\beta},$$

et, en différentiant,

$$(7)\qquad -2\beta s = \frac{dV}{ds} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{dy}{ds} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{dz}{ds},$$

ce qui est la condition connue du tautochronisme, d'après laquelle la force tangentielle est proportionnelle à l'arc et dirigée en sens inverse de l'arc croissant.

» Réciproquement, le problème des tautochrones pour la fonction de forces V se ramènera à l'équation (2) où l'on prendra

$$H = \sqrt{\frac{\alpha - V}{\beta}}.$$

» III. Le cas où la fonction H ne dépend pas de l'une des variables, par exemple z, offre une circonstance intéressante; l'équation (2) n'est autre, dans ce cas, que celle dont la méthode de Jacobi ferait dépendre le problème des géodésiques sur la surface

$$z = \sqrt{-1}\, H(x, y).$$

» On voit donc que, *si l'on connaît les géodésiques d'une surface, on peut en déduire des solutions avec une constante arbitraire d'un problème des tautochrones* [1].

» Du reste, la forme même de l'équation (5) montre qu'à l'équation (2) se rattache une série d'autres problèmes, tels que la recherche des courbes dont l'arc est une fonction donnée des coordonnées [équation (6)]; la recherche des courbes dont les tangentes font partie d'un complexe donné. »

PHYSIQUE. — *Sur les densités et les volumes moléculaires du chlore et de l'acide chlorhydrique.* Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. Lippmann.

« Dans ma Note du 20 février dernier, j'ai montré que les densités théoriques du chlore et de l'acide chlorhydrique étaient respectivement 2,4500 et 1,2597, et j'ajoutais que les densités expérimentales de ces gaz, trouvées par divers auteurs dans les conditions normales, ne me paraissaient pas admissibles. L'expérience a confirmé mes prévisions.

» La densité du chlore est, en effet, 2,4865, au lieu de 2,44 à 2,45, que l'on trouve dans les recueils les plus récents; celle de l'acide chlorhydrique est 1,2696, tandis que les divers auteurs donnent 1,278 ou 1,247.

---

(1) Par exemple, des géodésiques des quadriques, on déduit la solution *complète et générale* des tautochrones pour la fonction de forces

$$V = Ax^2 + By^2.$$

» Expériences. — 1° *Acide chlorhydrique.* — Le gaz est préparé au moyen de sel marin pur, fondu et concassé, et d'acide sulfurique pur.

» L'appareil se compose d'un ballon fermé par un bouchon rodé, dont la tubulure unique est fixée directement à la canalisation déjà décrite au moyen de cire de Golaz. Le gaz passe, avant d'arriver au ballon à densités, sur de l'anhydride phosphorique. Enfin, comme dans mes précédentes expériences, un tube vertical, soudé près du ballon et plongeant dans une cuvette à mercure, indique la pression dans l'appareil et laisse au besoin dégager l'excès de gaz.

» On peut faire et maintenir le vide dans l'appareil ainsi disposé; cette condition est éminemment favorable à la préparation d'un gaz pur. Mais il faut introduire à la fois, avant de monter l'appareil, tout l'acide et tout le sel employés dans la réaction. Afin de ne pas répandre abondamment l'acide chlorhydrique dans le laboratoire, j'ai d'abord laissé réagir à froid ces substances pendant vingt-quatre heures dans le ballon ouvert.

» Quatre expériences très concordantes, effectuées par la méthode déjà décrite, m'ont donné pour la densité du gaz 1,2696. L'erreur sur ce nombre ne me paraît pas pouvoir dépasser 1 unité sur le dernier chiffre.

» 2° *Chlore.* — L'expérience sur le chlore est beaucoup plus difficile. Il est à craindre que ce gaz, en traversant une canalisation formée de tubes de verre et de plomb mastiqués à la cire, ne se charge d'impuretés.

» J'ai d'abord employé un appareil tout en verre formé de pièces rodées, dont les rodages et robinets recevaient une petite quantité d'une sorte de graisse préparée en faisant agir le chlore sur un mélange de paraffine et de vaseline. Je comptais que le gaz préparé par la réaction de l'acide chlorhydrique et du bichromate de potasse, puis dépouillé de l'acide chlorhydrique par le sulfate de cuivre et séché par la ponce sulfurique, arriverait très pur dans mon ballon. Malheureusement, réduit à opérer seul, j'ai dû renoncer à ce procédé, à cause des difficultés de la manipulation.

» J'eus recours à l'appareil décrit plus haut, et j'employai le chlore liquéfié que l'on trouve aujourd'hui dans le commerce, enfermé dans des bouteilles spéciales.

» M. Friedel a bien voulu me prêter un de ces récipients qui était en service à son laboratoire depuis plusieurs jours, de sorte que les impuretés plus volatiles que le chlore devaient avoir été éliminées. J'ai fait le nécessaire, comme plus haut, pour arrêter au besoin l'eau et l'acide chlorhydrique; j'ai constaté la présence de traces de ce dernier. Cette distillation fractionnée, opérée sur un liquide sensiblement pur, m'a paru de nature à donner de très bons résultats.

» J'ai employé ici encore la méthode générale; mais une difficulté spéciale se présente.

» Il s'agit de faire le vide dans l'appareil avant chaque remplissage, et de mesurer la pression résiduelle dans le ballon. A cet effet, j'ai, d'une part, recouvert d'acide sulfurique le mercure de la machine pneumatique; l'action du chlore sur le mercure ne s'exerce alors que d'une manière insignifiante. D'un autre côté, après avoir enlevé le chlore du ballon, j'y laissais rentrer de l'air sec, puis j'y faisais le vide de nouveau, et ne laissais communiquer l'appareil avec le manomètre que lorsque la pression était réduite à $0^{mm},2$ environ. Le mercure de ce manomètre n'a point présenté d'altération appréciable.

» Les nombres obtenus pour la densité du chlore sont compris entre 2,4857 et 2,4868. En tenant compte de circonstances particulières, je suis porté à admettre 2,4865, qui doit être exact, comme on le voit, à moins de $\frac{1}{3000}$ près de sa valeur.

» Je compte avoir l'occasion de revenir indirectement sur la dernière décimale, de sorte que je n'ai pas cru intéressant de multiplier les expériences, afin de la préciser dès maintenant.

» *Conclusions relatives aux volumes moléculaires.* — Le volume moléculaire de l'acide chlorhydrique, rapporté à l'oxygène, est, d'après ce qui précède,

$$\frac{1,2597}{1,2696} \times 1,0001 = 0,9923;$$

celui du chlore est

$$\frac{2,4500}{2,4865} \times 1,0001 = 0,9854,$$

à quelques dix-millièmes près.

» Je vais reproduire ci-dessous un extrait du Tableau que j'ai donné dans mon dernier Mémoire, en y introduisant ces données nouvelles :

	Point critique.	Volume moléculaire.
Hydrogène	-230° (?)	1,0018
Oxygène	-115	1 (base)
Acide carbonique	$+31$	0,9939
Protoxyde d'azote	36	*0,9985
Acide chlorhydrique	52	0,9923
Cyanogène	124	*0,9970
Gaz ammoniac	130	*0,9894
Chlore	143	0,9854
Acide sulfureux	156	*0,9893

» Il me paraît que, si l'on compare les volumes moléculaires de deux gaz quelconques dans les conditions normales, celui-là doit avoir le plus petit volume, qui est le plus rapproché de son point critique.

» Si cette loi, qui m'a servi de guide, est générale, la courbe ayant pour abscisses les points critiques et pour ordonnées les volumes moléculaires, ne doit présenter ni maxima ni minima. C'est bien ce qui arrive pour tous les gaz que j'ai étudiés; mais on voit sans peine qu'il n'en est pas de même pour les autres.

» Les volumes moléculaires du gaz ammoniac, du protoxyde d'azote, et surtout de l'anhydride sulfureux et du cyanogène, calculés d'après les densités connues, sont notablement trop faibles.

» Je me propose de reprendre la détermination de ces densités. »

PHYSIQUE. — *Sur la diminution du coefficient de dilatation du verre.* Note de M. L.-C. **Baudin**, présentée par M. Friedel.

« M. Crafts a publié, en 1880 [1], les résultats d'expériences montrant qu'au relèvement du 0°, produit par le recuit, correspond toujours une augmentation de l'intervalle fondamental, dû à une diminution du coefficient de dilatation de l'enveloppe.

» L'étude faite sur sept thermomètres, chauffés pendant longtemps à 335°, montra à M. Crafts que, pour un relèvement moyen de 18°,3, la valeur de l'intervalle fondamental avait augmenté la moyenne de 0°,67; M. Crafts en concluait que le coefficient de dilatation de l'enveloppe avait varié dans ces limites.

» Or, comme l'a fait remarquer M. Guillaume [2], il est une circonstance que M. Crafts paraît n'avoir pas prise en considération, c'est la variation de la tige des thermomètres.

» Si l'on admet, dit M. Guillaume, que cette variation est proportionnelle à celle du réservoir, on trouve qu'elle doit avoir été en moyenne de 0°,30 pour les thermomètres à tige soumis à ces recherches; il ne resterait donc plus qu'une variation moyenne de 0°,37 à expliquer par un changement du coefficient de dilatation de l'enveloppe.

» Il m'a paru intéressant de déterminer expérimentalement la part de variation qui revient tant à la tige qu'au réservoir, et les résultats obtenus confirment entièrement les prévisions de M. Guillaume.

» Le thermomètre que j'ai construit pour cette étude est en verre vert Guilbert-Martin (le réservoir soudé provient de la même tirée que la tige). Sa longueur est de $0^{m},85$, il porte les degrés compris entre $-25°$ et $+500°$ et la grandeur moyenne du degré est $1^{mm},48$; les traits sont gravés très fins pour rendre les lectures plus précises.

» Durant le recuit, le réservoir et la partie inférieure de la tige étaient chauffés uniformément à la température du soufre en ébullition (445°) mais la partie supérieure du tube thermométrique émergeait de l'appareil et restait à peu près à la température de l'atmosphère.

---

(1) J.-M. Crafts, *Sur les variations du coefficient de dilatation du verre* (*Comptes rendus*, t. XCI, p. 143; 1880).

(2) Ch.-Ed. Guillaume, *Traité pratique de Thermométrie de précision*, p. 134 et 167.

» En opérant ainsi, la partie inférieure de la tige, entre 0° et 100°, devait participer aux mêmes changements que le réservoir, tandis que la portion de tube entre 400° et 500°, n'étant pas chauffée, ne pouvait varier que d'une façon insignifiante.

» Il s'ensuit que la bulle de mercure occupant l'intervalle 400°-500° pouvait servir de base pour constater et mesurer les changements survenus dans la partie inférieure du tube.

» Nous avons donc séparé, avant recuit, une bulle de mercure occupant l'intervalle 400°-500° et cette bulle a servi à jauger la capacité 0°-100°.

» La même étude de calibrage a été répétée après un recuit prolongé (1035 heures) et durant lequel le zéro avait monté de 26°,22.

» La diminution de capacité de l'intervalle 0°-100° a été nettement accusée et trouvée égale à 0°,43.

» Or, si l'on suppose les variations « tige et réservoir » rigoureusement proportionnelles, on trouve 0°,415 pour changement de calibre de la tige (26,22 : 6318 :: 0,415 : 100).

» La concordance est satisfaisante et montre l'identité de variation dans les deux cas.

» Entre temps, j'ai fait plusieurs déterminations de l'intervalle fondamental et noté les relèvements du 0 correspondants; les résultats obtenus ont été les suivants :

			Relèvement du 0°.	Augmentation de l'intervalle fondamental.
Après recuit	4 heures à 445°	....	9°,74	0°,31
»	72 »	....	18,62	0,54
»	1035 »	....	26,22	0,80

» L'intervalle fondamental a donc augmenté de 0°,80 pour un relèvement de 26°,22 (1).

» Mais l'étude de calibrage nous ayant montré ci-dessus, au même degré de recuit, une diminution de capacité égale à 0°,43, il reste 0°,37 s'expliquant par le changement du coefficient de dilatation de l'enveloppe.

» Enfin, pour compléter cette étude, j'ai mesuré à quatre reprises différentes la longueur des intervalles 500-400° et 100-0°.

---

(1) Une série d'expériences portant sur cinq thermomètres en verre vert m'a donné, pour l'intervalle fondamental, une augmentation moyenne de 0°,0283 par degré de relèvement.

» Ces mensurations étaient faites aux mêmes époques que les vérifications d'intervalle fondamental.

» Le thermomètre étant fixé sur le banc d'une machine à diviser dont le chariot porte un microscope à fil, les intervalles 500-400°, 100-0° étaient mesurés à l'aide de la vis; les lectures étaient recommencées quatre fois et la moyenne adoptée comme longueur définitive.

» Le Tableau ci-après donne en millièmes de degré les différences de longueur constatées après chaque changement d'observation :

	Avant recuit.	500-400.	100-0.
* 0 monté de	9°,84	—0°,002	—0°,045
0 »	18,62	+0,002	—0,100
0 »	26,22	—0,003	—0,150

Comme on le voit, la longueur de l'intervalle 500-400° n'a pas varié de manière sensible, mais, par contre, il résulte de ces nombres que la longueur de la tige entre 0° et 100° a diminué notablement, le raccourcissement atteignant 0°,15 pour un relèvement de 26°,22.

» A cette variation linéaire doit correspondre un changement de volume égal à 0°,15 × 3 = 0°,45, valeur bien identique à celle donnée par l'étude de calibrage (0°,43).

» J'ajouterai que cette concordance existe aussi pour les observations intermédiaires, en effet :

» Au relèvement de 9°,74 doit correspondre, pour l'intervalle 0-100°, un changement proportionnel de calibre égal à 0°,15;

» Au relèvement de 18°,42 doit correspondre, pour l'intervalle 0-100°, un changement proportionnel de calibre égal à 0°,29.

Or, en utilisant les observations ci-dessus *, on trouverait comme variation de calibre :

Pour le relèvement de	9°,74	0,045 × 3 = 0,135
»	18°,62	0,100 × 3 = 0,300

L'identité des résultats montre que le raccourcissement de la tige a été constamment proportionnel à sa diminution de capacité.

» *Conclusions.* — 1° Si l'on considère un thermomètre chauffé uniformément dans toutes ses parties, la capacité de la tige diminue dans la même proportion que le volume du réservoir;

» 2° A la diminution de capacité du canal thermométrique correspond un raccourcissement proportionnel dans la longueur de la tige;

» 3° En adoptant, d'après M. Benoît, 0,000021552 pour coefficient de

dilatation cubique du verre vert, il devient environ 0,00002096 après un recuit ayant monté le zéro de 26°,2. »

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur les systèmes de dimensions d'unités électriques.* Note de M. E. MERCADIER, présentée par M. Cornu.

« Après avoir montré (voir *Comptes rendus*, t. CXVI, p. 800 et 872) comment on peut constituer des systèmes d'expressions en dimensions des grandeurs électriques ne présentant rien d'arbitraire, et renfermant les coefficients k, k', a, λ des lois de Coulomb, d'Ampère et de Laplace, il est aisé de voir comment on peut en déduire un système rationnel et cohérent d'*unités* pour ces grandeurs en satisfaisant à cette double condition pratique : 1° simplifier les calculs en supprimant le plus possible de coefficients; 2° rendre la réalisation pratique des unités aussi simple et précise que possible.

» Il faut donc choisir *d'abord* le système rationnel de dimensions qui permettra d'atteindre ce résultat.

» Le système Coulomb, où les grandeurs sont exprimées en fonction de k, doit être écarté tout de suite, car il est inadmissible de supprimer ce coefficient en le considérant comme numérique, puisqu'il varie avec tous les diélectriques.

» Restent les systèmes simples Ampère et Laplace, où les grandeurs sont exprimées en fonction des coefficients a, λ, k'. Or, ces coefficients ne paraissent pas présenter, à beaucoup près, le même degré de variabilité que k. En effet, nous avons démontré expérimentalement, M. Vaschy et moi (*Comptes rendus*, 8 et 22 janvier 1883), qu'en passant de l'air dans des milieux tels que l'huile, la glycérine, la benzine, le pétrole, tandis que le coefficient k y varie du simple au double, a et k' n'y varient pas de $\frac{1}{300}$, et il doit en être de même de λ, d'après la relation générale $\lambda^2 = ak'$.

» Par suite, l'hypothèse que a, λ, k' sont des coefficients numériques, *n'étant pas en contradiction avec l'expérience*, pourrait être admise au moins provisoirement et sous toutes réserves au sujet des dimensions réelles de ces coefficients.

» De là la justification de l'emploi du système Laplace pour l'expression en dimensions des grandeurs électriques. En considérant, en effet, dans les formules de ce système, λ et k', non seulement comme des nombres, mais comme égaux à l'unité, on obtient précisément le système *arbitraire* de dimensions dit *électromagnétique*.

» On voit d'ailleurs qu'on pourrait en établir beaucoup d'autres analogues, les valeurs numériques arbitraires qu'on peut donner à λ et k' n'étant assujetties qu'à satisfaire à la relation $\lambda^2 = ak'$.

» On aurait pu se servir également du système Ampère comme point de départ, d'autant plus qu'il ne renferme qu'un seul coefficient, a, au lieu de deux ; mais l'emploi si général, si simple et si précis des galvanomètres et des instruments électromagnétiques proprement dits, semble devoir faire préférer le système Laplace et le système *électromagnétique* qui en dérive, et dont l'usage ne présente pas d'inconvénients graves, à la condition de ne pas oublier le degré d'arbitraire qu'il comporte.

» Ce système admis, on en déduit pour les grandeurs électriques le système d'*unités* bien connu, qui satisfait aux conditions ci-dessus indiquées, eu égard à l'état actuel de la Science.

» Sans examiner la manière dont on établit ce système cohérent d'*unités*, je voudrais présenter quelques observations sur ce qu'on appelle, depuis Maxwell, les relations entre *les deux systèmes d'unités*, ou, plus exactement, de *dimensions d'unités* électriques.

» Ces relations se résument ainsi : *En prenant les rapports des expressions d'une même grandeur électrique dans le système dit* ÉLECTROSTATIQUE, *et dans le système dit* ÉLECTROMAGNÉTIQUE, *on obtient une quantité de la forme* $(\mathrm{LT}^{-1})^{\alpha}$, α *étant positif ou négatif, égal à* 0, 1 *ou* 2, *c'est-à-dire une certaine puissance d'une vitesse*.

» Cette vitesse, qui est devenue l'un des éléments caractéristiques de la théorie de l'électricité, apparaît ainsi, on peut le dire, comme par hasard et de la façon la plus singulière, car enfin elle provient du rapport d'expressions *simplifiées* préalablement d'une façon *arbitraire*, en y faisant *a priori* les coefficients des lois de Coulomb et de Laplace égaux à l'unité.

» Si, au contraire, on n'opère pas ces simplifications arbitraires, si on laisse dans les expressions en dimensions des grandeurs électriques les coefficients k, k', λ, a des lois générales, la vitesse en question apparaît d'une façon rationnelle et nécessaire.

» En effet, considérons seulement l'une des grandeurs électriques, la quantité d'électricité Q (les raisonnements subséquents seraient les mêmes pour les autres). En l'exprimant dans les systèmes Coulomb et Laplace, d'où dérivent les systèmes dits *électrostatique* et *électromagnétique*, on a (voir *Comptes rendus*, t. CXVI, p. 873), pour les expressions en dimen-

sions de l'*unité* de quantité :

$$Q_k = \frac{1}{\sqrt{K}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}, \qquad Q_\lambda = \frac{\sqrt{K'}}{\Lambda} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}.$$

Il en résulte

(1) $$\frac{Q_k}{Q_\lambda} = \frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}} LT^{-1}.$$

» Or j'ai démontré précédemment (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 802) que $\frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}}$ est nécessairement l'inverse d'une vitesse, et cela par de simples considérations d'homogénéité, indépendantes de la nature physique des coefficients λ, k et k' (dont Λ, K et K' représentent les *unités*). De sorte que $\frac{Q_k}{Q_\lambda}$ est égal à 1, et non pas à une vitesse; et cela *doit être* ainsi, l'unité de quantité d'électricité (comme celle de toutes les grandeurs possibles) ne pouvant avoir au fond qu'une seule définition en dimensions.

» Mais, en même temps, on voit bien, par la relation (1), que si l'on trouve ordinairement et si l'on dit que le rapport ci-dessus représente une vitesse LT^{-1}, c'est parce qu'en faisant *au préalable* et *arbitrairement* $k = 1$, $k' = 1$, $\lambda = 1$ dans les lois de Coulomb et de Laplace, *on a précisément réduit arbitrairement à l'unité* l'inverse d'une vitesse $\frac{\Lambda}{\sqrt{KK'}}$, qu'on n'a pas le droit de supprimer *a priori*.

» On voit ainsi clairement, à ce qu'il me semble, comment et de quelle manière, en quelque sorte *artificielle*, le rapport des unités de quantité dites *électrostatique* et *électromagnétique* se trouve représenter une vitesse.

» On voit aussi que la vitesse représentée par $\frac{\sqrt{KK'}}{\Lambda}$ est la même que celle dont il s'agit dans les relations entre les deux systèmes d'unités considérés depuis Maxwell; mais, sous cette forme, elle apparaît d'une manière qu'on est en droit d'appeler rationnelle; car les coefficients k, k', λ caractérisent précisément l'influence du milieu sur les actions électromagnétiques, et il paraît très logique et très naturel qu'une certaine fonction de ces coefficients puisse représenter une vitesse, comme, par exemple, celle de la propagation dans ce milieu d'un mouvement électromagnétique; de même qu'une certaine fonction $\sqrt{\frac{q}{\delta}}$ du coefficient d'élasticité et de la densité d'un

milieu représente la vitesse d'un mouvement vibratoire qui s'y propage.

» On ne peut s'empêcher de remarquer, à ce propos, combien il est étrange que Maxwell, qui a consacré un si bel ouvrage à exprimer mathématiquement et à développer les conceptions de Faraday sur la nature des actions électriques, conceptions où *le rôle du milieu* est prédominant et fondamental, ait en même temps et dans le même ouvrage, quand il s'est agi d'établir systématiquement un ensemble d'unités pour calculer numériquement les phénomènes, supprimé *a priori*, dans les formules de dimensions de ces unités, les coefficients qui caractérisent précisément *l'influence du milieu*. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'influence de l'aimantation longitudinale sur la force électromotrice d'un couple fer-cuivre*. Note de M. CHASSAGNY, présentée par M. Mascart.

« Cette influence a été signalée par Sir W. Thomson en 1856. J'ai repris à ce sujet des expériences commencées autrefois avec M. Abraham. Voici le principe des appareils qui m'ont servi :

» Deux couples identiques fer-cuivre A et B dont les soudures sont maintenues à 0° et 100° sont mis en opposition. Leur circuit comprend un galvanomètre sensible G. Le fil de fer du couple A est placé tout entier suivant l'axe d'une spire régulière assez longue pour produire un champ intérieur uniforme. Quand aucun courant ne passe dans cette spire, le galvanomètre G n'indique aucune déviation. Les forces électromotrices des deux couples se compensent exactement; leur valeur commune est

$$E_0^{100} = 1093{,}2 \text{ microvolts.}$$

Si la spire est traversée par un courant, le fil de fer du couple A s'aimante longitudinalement, et l'aiguille du galvanomètre G prend une déviation permanente résultant d'une variation *e* de la force électromotrice du couple A. Cette déviation cesse en même temps que l'aimantation.

» Je me suis proposé de déterminer la variation de *e* avec l'intensité du champ magnétique.

» Les valeurs de *e* ont été déterminées par les procédés qui ont fait l'objet de publications antérieures [1]. Celles du champ magnétique, dé-

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, novembre 1892.

duites des constantes de la spire et de l'intensité du courant qui la traversait, ont été contrôlées par la mesure de la rotation magnétique du plan de polarisation à travers une colonne de sulfure de carbone.

» Voici les résultats de cette étude :

» 1° L'aimantation longitudinale du fer détermine toujours une *augmentation* de la force électromotrice du couple fer-cuivre.

» 2° Cette augmentation est indépendante du sens de l'aimantation.

» 3° Pour des champs croissants, e, d'abord sensiblement proportionnel à l'intensité du champ, atteint, pour un champ de 55 (C.G.S.), un maximum qui est de 6,1 microvolts, et décroît ensuite lentement. Sa valeur est de 3,2 microvolts pour un champ de 200 (C.G.S.).

» La mesure précise d'aussi faibles forces électromotrices a nécessité des précautions spéciales. Dans le dispositif employé, une variation de 1 microvolt dans la force électromotrice du couple A se traduisait par un déplacement de 2^{mm} de l'image lumineuse sur l'échelle du galvanomètre. Cinq séries d'expériences ont donné des résultats entièrement concordants. Les différences de déterminations analogues restent au-dessous de 0,3 microvolt.

» A ce degré de précision, en portant en abscisses les valeurs du champ, en ordonnées les valeurs trouvées pour e, celles-ci peuvent très bien se représenter dans la limite des expériences par une parabole d'axe incliné et que les nombres donnés plus haut suffisent d'ailleurs à déterminer. »

OPTIQUE. — *Phénomènes optiques présentés par le bois secondaire en coupes minces*. Note de M. **Constant Houlbert** [1], présentée par M. Cornu.

« Si l'on examine au microscope une coupe tangentielle très mince, on remarque que les parois des fibres sont disposées longitudinalement les unes à côté des autres à des distances variables selon les espèces.

» L'ensemble de ces parois opaques, alternant avec les vides produits par l'intérieur des fibres, constitue un système de lignes qui rappelle plus ou moins exactement ce qu'on désigne en Optique sous le nom de *réseaux*.

---

[1] Ce Travail a été fait au laboratoire de Botanique de la Sorbonne, dirigé par M. Gaston Bonnier.

» Étant donnée cette constitution des coupes tangentielles, on pouvait prévoir que l'observation d'une fente lumineuse étroite, à travers une semblable préparation, produirait d'intéressants phénomènes de diffraction.

» C'est dans le but de vérifier ces prévisions théoriques que j'ai institué quelques expériences qui m'ont donné les résultats suivants.

» Une coupe tangentielle très mince de *Sideroxylon laurifolium*, examinée dans des conditions favorables, de façon que l'axe des fibres soit sensiblement parallèle à celui de la fente, m'a montré que :

» 1° La fente lumineuse apparaît très brillante avec ses dimensions réelles;

» 2° De chaque côté de la fente médiane, on distingue une suite de franges brillantes et de spectres plus ou moins étalés, possédant tous le violet du côté de la frange centrale. La séparation des couleurs, dans les images voisines de la fente, n'a pas lieu à cause de leurs faibles dimensions. Toutes ces images sont séparées les unes des autres par des raies ou des bandes obscures, et l'on reconnaît là, d'une façon très nette, toutes les particularités qui caractérisent les *réseaux*.

» Si nous considérons maintenant la formule

$$\theta = 2\delta = \frac{2n\lambda}{a+b},$$

qui résume les lois de Fraunhofer, et dans laquelle δ désigne la distance angulaire d'une image de diffraction à l'image centrale, on verra immédiatement que, si nous parvenons à mesurer la déviation $\theta = 2\delta$ de deux spectres symétriques n, et que si, d'autre part, nous choisissons une valeur de λ correspondant à une couleur donnée, il sera possible de déterminer $a+b$, *élément du réseau*, qui correspond, dans ce cas, à très peu de chose près, aux dimensions moyennes des fibres.

» On a donc ainsi *un moyen de trouver par le calcul les dimensions absolues des éléments du bois, et, par conséquent, de contrôler les observations directes fournies par le microscope*.

» Toutefois, la disposition des fibres, leur allure légèrement oblique, la présence fréquente de cloisons transversales sont autant de causes qui s'opposent à la généralité du phénomène dans les différentes espèces de bois; de plus, les différences, quelquefois très grandes, qui existent entre l'épaisseur des parois opaques et les vides produits par la section des lumens, comptent aussi parmi les causes qui viennent affaiblir l'éclat des

images; on se trouve alors plus spécialement en présence des réseaux dits *irréguliers*, lesquels ont été également bien étudiés par Fraunhofer.

» Enfin, je dois dire que, dans plusieurs circonstances, il m'a semblé voir des *franges d'interférences* très brillantes se superposer aux premières images des spectres; ces franges me paraissent se produire quand il existe une différence très grande entre les dimensions des vides et celles des parois opaques; ces dernières agiraient alors à la façon des écrans linéaires dans les expériences ordinaires de la diffraction.

» Tous les phénomènes produits par les coupes tangentielles peuvent aussi s'observer avec les coupes *radiales;* dans ces conditions, ils sont même souvent beaucoup plus brillants et beaucoup plus réguliers.

» Les coupes *transversales,* dans certaines circonstances favorables, présentent des phénomènes de *couronnes* ou d'*arcs colorés* très remarquables ; mais, au lieu d'employer une fente, on les observera d'une façon beaucoup plus nette à travers une petite ouverture circulaire.

» Voici maintenant une liste des espèces ligneuses qui m'ont présenté les images les plus brillantes, soit de spectres, soit de couronnes.

Coupes transversales. (Couronnes ou arcs colorés).	Coupes tangentielles. (Spectres).	Coupes radiales. (Spectres).
Hippomane Mancinella.	*Evonymus europæus.*	*Juglans regia.*
Sideroxylon laurifolium.	*Tilia platyphylla.*	*Fraxinus excelsior.*
Juglans regia.	*Juglans regia.*	*Ilex aquifolium.*
Ricinus integrifolia.	*Rhododendron arboreum.*	*Amyris* (indéterm.)
Sassafras officinarum.	*Syringa vulgaris.*	*Holoptelea integrifolia.*
Drymis Winteri.	*Calluna vulgaris.*	*Platanus occidentalis.*
Pavia intermedia.	*Arbutus Unedo.*	Etc.
Rhamnus frangula.	*Tamarix gallica.*	
Etc.	Etc.	

» Je pense, d'ailleurs, qu'on peut observer ces phénomènes avec toutes les espèces de bois qui ne possèdent pas une structure trop grossière, quand la préparation sera suffisamment mince (¹).

» Mes coupes tangentielles et radiales pourraient servir à construire un instrument analogue à l'*ériomètre* imaginé par Young; avec les coupes transversales on se rapprocherait plutôt du *stéphanomètre* de Delezenne.

(¹) Mes coupes sont montées entre deux lames de verre, dans une solution de baume de Canada, dont l'indice de réfraction est, comme on le sait, très voisin de celui du verre.

» En résumé, les principaux résultats de ces observations sont les suivants :

» 1° Le bois secondaire en coupes minces longitudinales peut produire une dispersion remarquable de la lumière analogue à celle des réseaux;

» 2° Les déviations de deux raies symétriques ($\theta = 2\delta$) dans une lumière monochromatique, dont la longueur d'onde est connue, permettront de calculer les dimensions absolues des éléments ligneux;

» 3° Les coupes transversales du bois présentent des phénomènes de couronnes ou d'arcs colorés d'apparences très variées;

» 4° Enfin, dans certains cas, des franges d'interférences très brillantes et très étroites paraissent se superposer aux franges de diffraction. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Décomposition de l'acide oxalique par les sels ferriques sous l'influence de la chaleur.* Note de M. **Georges Lemoine.** (Extrait par l'auteur.)

« A la décomposition des mélanges de chlorure ferrique et d'acide oxalique réalisée à froid par la lumière (*Comptes rendus*, t. CXII, p. 936, 992 et 1124), correspond une décomposition semblable par la chaleur. Elle se mesure d'après le gaz dégagé :

$$Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO = 2FeCl + HCl + C^2O^4.$$

» *Mélange en proportions équivalentes* ($Fe^2Cl^3 + C^2O^3$, HO). — La réaction est lente à 100°, rapide en tubes scellés à 120°, insignifiante vers 40°-50° : à la température ordinaire après *six ans*, on a seulement 0,019 de la masse décomposée; en *cent ans*, on n'aurait que 0,27. C'est, comme pour l'éthérification, un exemple d'un *système chimique se dirigeant très lentement à froid vers son état stable*, qui serait ici la décomposition complète. On peut, avec une seule donnée, calculer toute une série d'observations : en effet, d'après l'expérience, la *vitesse de la réaction*, en appelant y la quantité décomposée, p la quantité décomposable, t le temps, est

$$\frac{d\frac{y}{p}}{dt} = k\left(1 - \frac{y}{p}\right) \qquad \text{d'où} \qquad \log\left(1 - \frac{y}{p}\right) = -0,434\,kt.$$

» A 100°, l'expérience donne $k = 0,16$; aux autres températures θ :

$$\log k = -20,615 \times \frac{114,19 - \theta}{273 + \theta}.$$

» L'eau accélère la décomposition. Si Δ est la dilution par rapport au mélange des liquides normaux ($Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO = 2^{lit}$), de sorte que $\Delta = 10$ pour le mélange des liquides $\frac{1}{10}$ normaux, le rapport γ entre les vitesses initiales k à 100° est, d'après l'expérience,

$$\frac{d\gamma}{d\Delta} = \frac{0,6232}{\Delta + 0,01}, \qquad \text{d'où} \qquad \gamma = 0,9938 + 1,435 \log(\Delta + 0,01).$$

» Cette influence de la dilution diminue un peu avec la température :

	$\Delta = 1.$	$\Delta = 2.$	$\Delta = 4.$	$\Delta = 10.$
A 100°, rapport γ de k à k de ($Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO = 2^{lit.}$)....	1	1,435	1,86	2,62
A 66°, Idem	1	1,35	1,61	2,03

» *Mélanges à excès d'acide oxalique* ($Fe^2Cl^3 + nC^2O^3, HO$). — Un petit excès ($Fe^2Cl^3 + 2C^2O^3, HO$) accélère la réaction : un très grand excès la ralentit.

» *Mélanges à excès de chlorure ferrique* ($n\,Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO$). — Le ralentissement est très accentué à mesure que le chlorure ferrique augmente.

» *Influence des corps poreux* (platine ou coton de verre). — Elle est insensible.

» *Mélanges de sulfate ferrique et d'acide oxalique* ($Fe^2O^3, 3SO^3 + C^2O^3, HO$). — La réaction est analogue à celle du chlorure, quoique un peu moins rapide. L'accélération produite par l'eau est beaucoup moindre.

» *Oxalate ferrique seul.* — Ce sel, évaporé dans le vide, est ($Fe^2O^3, 3C^2O^3 + 4HO$). Sa dissolution, chauffée à 100°, ne reste pas homogène, car il se dépose de l'oxalate ferreux insoluble ($FeO, C^2O^3 + 2HO$). On a

$$Fe^2O^3, 3C^2O^3 = 2(FeO, C^2O^3) + CO^2.$$

» La vitesse de la réaction est, d'après l'expérience,

$$\frac{d\frac{y}{p}}{dt} = \alpha\left(1 - \frac{y}{p}\right)^n = 0,47\left(1 - \frac{y}{p}\right)^{4,4} \quad \text{à } 100°.$$

» On voit que la vitesse initiale (0,47) est beaucoup plus grande que celle (0,16) des mélanges de chlorure ferrique et d'acide oxalique. Si, à l'oxalate ferrique, on ajoute HCl, la vitesse de décomposition se rapproche progressivement de celle de ($Fe^2Cl^3 + 3C^2O^3, HO$), équivalent à ($Fe^2O^3, 3C^2O^3 + 3HCl$). Avec un grand excès de HCl, la réaction est presque arrêtée.

» Un excès d'eau accélère peu la décomposition de l'oxalate ferrique. Un excès d'acide oxalique la ralentit.

» *Interprétation des résultats.* — Ces phénomènes dépendent de la décomposition des sels ferriques par l'eau, établie par MM. Debray, Berthelot, Wiedemann, Krecke et étudiée en vue des expériences actuelles dans mes déterminations de Thermochimie (*Comptes rendus*, 24 avril 1893).

» I. Une dissolution d'oxalate ferrique, chauffée à 100°, éprouve de la part de l'eau une petite décomposition : Fe^2O^3 momentanément soluble, mis en liberté, est réduit par l'acide oxalique et donne CO^2. S'il y a un excès d'acide oxalique, il entrave la décomposition du sel ferrique par l'eau et, par suite, la réaction finale produisant CO^2.

» II. Dans un mélange d'acide oxalique et de chlorure ferrique $(Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO)$, l'acide oxalique prend la plus grande partie de l'oxyde ferrique : on a donc, à peu près,

$$\tfrac{1}{3}(Fe^2O^3, 3C^2O^3) + \tfrac{2}{3}Fe^2Cl^3 + \tfrac{1}{3}HCl.$$

» L'eau, à 100°, décompose l'oxalate ferrique, mais surtout le chlorure ferrique, et celui-ci d'autant plus que la dilution est plus grande. Dans les dissolutions concentrées, HCl reprend en partie Fe^2O^3 mis en liberté par la décomposition de l'oxalate ferrique : on aura donc, dans un temps donné, un dégagement de CO^2 beaucoup moindre qu'avec l'oxalate ferrique seul. En ajoutant un grand excès d'acide chlorhydrique, il tend, de plus en plus, à prendre Fe^2O^3 et la réaction est entravée. Dans les dissolutions très diluées, le chlorure ferrique est décomposé en très forte proportion : HCl ne tend presque plus à se combiner à Fe^2O^3 et alors l'oxalate ferrique se décompose presque comme s'il était seul; aussi la vitesse initiale de la réaction pour $(Fe^2Cl^3 + C^2O^3, HO = 20^{lit})$ devient presque la même que pour $(Fe^2O^3, 3C^2O^3)$: 0,42 au lieu de 0,47.

» L'altération considérable du chlorure ferrique par l'eau est donc comme le pivot de toutes ces réactions [1]. Elle est moindre pour le sulfate ferrique; aussi dans l'action de ce sel sur l'acide oxalique, l'influence de la dilution est beaucoup moindre.

» M. Calvet et M. Ferrières m'ont prêté, dans ces recherches, leur meilleur concours : je les prie de recevoir tous mes remercîments. »

---

[1] La loi de la vitesse pour $(Fe^2Cl^2 + C^2O^3, HO)$ résulte de ce que, au point de vue de la dilution, la situation change constamment avec les progrès de la réaction. Quand la moitié de la masse est décomposée, il y a moitié seulement de Fe^2Cl^3 subsistant, et le volume total de liquide étant le même, ce chlorure est deux fois plus dilué. La vitesse de la réaction va donc augmenter en raison de cette dilution, proportionnellement à $\left(\frac{1}{1-\frac{y}{p}}\right)$ ou plutôt à une fonction telle que $\left(\frac{1}{1-\frac{y}{p}}\right)^z$. Donc, si

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'etude de la pile Leclanché.* Note de M. A. DITTE, présentée par M. Troost.

« Nous avons vu (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 812) ce qui se passe dans une pile montée avec du sel marin ; quand on remplace celui-ci par une dissolution de sel ammoniac, non seulement le zinc peut encore décomposer la liqueur en s'oxydant, mais en outre l'oxyde formé peut réagir sur le chlorure alcalin. Une lame de zinc plongée dans une solution de sel ammoniac la décompose à froid d'autant plus vite qu'elle est plus concentrée ; il se dégage de l'hydrogène, et en même temps il se forme des composés qui renferment les éléments de l'oxyde de zinc et du sel ammoniac dans des proportions qui varient avec le degré de concentration des liqueurs ; ces combinaisons, que l'eau pure décompose, sont solubles dans l'eau chargée de chlorure d'ammonium et se déposent en cristaux quand les liquides, au sein desquelles elles se produisent, arrivent à en être saturés.

» Si nous envisageons un système zinc-platine immergé dans une dissolution à 10 pour 100, par exemple, de chlorhydrate d'ammoniaque, une force électromotrice prend naissance au contact du liquide et des métaux et elle donne lieu à un courant capable d'électrolyser le chlorure dissous ; la séparation de celui-ci en ammoniaque dissoute, hydrogène et chlore gazeux absorberait $2(21,0-72,7)=-103,4$ calories ; la formation du chlorure de zinc dissous en dégage $+112,8$; donc, même en laissant de côté les réactions secondaires qui s'effectuent avec dégagement de chaleur,

---

l'on avait, avec l'oxalate ferrique seul,

$$\frac{d\frac{y}{p}}{dt}=\alpha\left(1-\frac{y}{p}\right)^n,$$

on aura, avec ($Fe^2Cl^3+C^2O^3HO$) (h étant une constante),

$$\frac{d\frac{y}{p}}{dt}=\frac{\alpha\left(1-\frac{y}{p}\right)^n}{h\left(1-\frac{y}{p}\right)^z}=\frac{\alpha}{h}\left(1-\frac{y}{p}\right)^{n-z}.$$

L'expérience montre que cette expression se réduit à la forme $K\left(1-\frac{y}{p}\right)$.

l'électrolyse du sel ammoniac dans les conditions de notre expérience, est exothermique et le courant qui la produit n'a besoin d'emprunter le concours d'aucune énergie extérieure. D'un autre côté la densité d'une solution de sel ammoniac au dixième est 1,031 et l'introduction de gaz ammoniac qui s'y dissout la diminue, tandis que l'introduction de chlorure de zinc la rend plus grande. Il en résulte que l'ammoniaque mise en liberté par l'électrolyse, auprès de la lame de platine, tend à monter le long de cette lame vers les parties supérieures du liquide, tandis que le chlorure de zinc formé auprès du barreau tend à descendre le long de ce barreau, dans la région inférieure du vase. On constate, en effet, que les portions de la liqueur voisines de la surface deviennent rapidement ammoniacales.

» L'ammoniaque rencontrant du chlorure de zinc, au voisinage du barreau, ne peut plus, comme le faisait la soude, donner lieu à un dépôt d'oxyde de zinc, celui-ci étant soluble à la fois dans l'ammoniaque et dans son chlorure; il ne se formera donc plus ni gaine d'oxyde autour du barreau de zinc, ni cloison transversale à l'intérieur du liquide; la diffusion pourra se faire librement dans toutes les parties de la liqueur et celle-ci contiendra partout, à la fois de l'ammoniaque et du chlorure de zinc; mais elle n'en sera pas pour cela plus homogène, les portions supérieures seront bien plus chargées d'ammoniaque que les autres, qui, de leur côté, seront beaucoup plus riches en chlorure de zinc.

» On accélère les réactions, comme dans le cas de la pile au sel marin, en diminuant la longueur, par conséquent la résistance, de la couche liquide que le courant doit traverser, et l'on obtient ce résultat en substituant à la lame de platine, soit un vase poreux plein du mélange usuel de coke et de bioxyde de manganèse, soit un aggloméré; il suffit d'une heure de fonctionnement de l'appareil pour que la partie supérieure du liquide se montre fortement ammoniacale; au bout de six à huit jours, elle est saturée du composé $2(AzH^4Cl), 4ZnO, 9H^2O$, qui peut seul se former dans le sel ammoniac à 10 pour 100, et dès lors celui-ci se sépare; il se dépose en petits cristaux transparents, souvent fort nets, tant sur le barreau de zinc que sur l'autre électrode et sur les parois du vase extérieur. Si l'on prolonge l'expérience, comme l'oxyde de zinc formé va sans cesse en augmentant, tandis que le sel ammoniac diminue, il arrive un moment où l'oxyde est en proportion telle qu'il ne peut plus se dissoudre en totalité dans ce qui reste de chlorure d'ammonium non décomposé; il se dépose alors à son tour, et l'enduit épais, mou, peu adhérent qui, dans ces conditions, se produit sur le zinc et sur les parois, est un mélange à proportions variables

du composé $2(AzH^4Cl)$, $4ZnO$, $9H^2O$ avec de l'oxyde de zinc hydraté.

» Lorsqu'au lieu d'une dissolution au dixième, on fait usage pour monter la pile d'une liqueur renfermant au moins quinze centièmes de chlorhydrate d'ammoniaque, les choses se passent d'une manière tout à fait analogue, avec cette différence que le composé qui peut se former dans les solutions riches en chlorure alcalin contient $2(AzH^4Cl)$, ZnO; celui-ci, comme le précédent, est soluble dans la liqueur saline, et ne s'en sépare que quand elle en est saturée; il ne se dépose d'ailleurs pas en tous les points à la fois et la partie supérieure du liquide, qui est la plus riche en ammoniaque, est également celle où l'oxyde de zinc se forme le plus aisément : par suite, le composé $2(AzH^4Cl)$, ZnO s'y produit avec plus de rapidité qu'au fond du vase; il arrive donc que les couches supérieures en sont saturées les premières, et que les cristaux apparaissent d'abord dans ces couches. Pendant ce temps du chlorure de zinc descend vers le fond du vase, et n'y rencontrant que très peu d'ammoniaque libre, il y produit surtout un chlorure double d'ammonium et de zinc, qui demeure dissous et qui s'accumule dans les régions inférieures du liquide, où il forme une couche dont la densité est supérieure à celle de la solution primitive de sel ammoniac. La quantité de chlorure de zinc dissoute dans cette portion du liquide est d'autant plus grande qu'on se rapproche davantage du fond du vase, de sorte qu'on peut regarder le liquide de la pile comme formé de couches superposées dont la densité, la teneur en chlorure de zinc et la conductibilité, diminuent à mesure qu'on le considère dans des régions plus élevées; comme l'électrolyse du sel ammoniac et la dissolution du zinc, à l'état de chlorure, se font dans ces différentes couches avec d'autant plus de facilité que leur résistance est moindre, on conçoit que l'attaque du barreau de zinc ait lieu de plus en plus vite à mesure qu'on le considère en des points de plus en plus près du fond du vase, et qu'il arrive à s'effiler graduellement et à se terminer en pointe à sa partie inférieure. Sans entrer ici dans les détails de ces phénomènes, nous constaterons seulement que *leur ensemble* est le même quand la pile est montée de manière à associer au barreau de zinc une lame de platine, un vase poreux, ou un aggloméré de manganèse, en employant comme liquide des solutions de chlorhydrate d'ammoniaque à différents degrés de concentration. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les fluorures alcalino-terreux.* Note de M. **C. Poulenc**, présentée par M. Henri Moissan.

« Parmi les fluorures alcalino-terreux, les fluorures de calcium et de baryum ont été déjà l'objet de nombreux travaux; mais le fluorure de strontium n'est encore connu qu'à l'état amorphe.

» Nous nous sommes proposé d'appliquer à ce dernier composé les méthodes de préparation que nous avons précédemment décrites pour les fluorures métalliques anhydres cristallisés.

» Fluorure de strontium SrF^2. — *Action de l'acide fluorhydrique gazeux sur le chlorure de strontium.* — La décomposition du chlorure commence à froid et donne naissance au fluorure amorphe. Ce composé, chauffé successivement à 900°, puis à 1200°, ne se volatilise pas. Le contenu de la nacelle de platine présente l'aspect d'une matière transparente et cristalline mais non définie.

» En raison de son infusibilité et de sa fixité, ce composé ne peut donc être obtenu cristallisé par les méthodes que nous avons employées jusqu'ici. En conséquence, nous avons essayé de provoquer la cristallisation du fluorure amorphe par fusion dans des dissolvants appropriés.

» Sa densité est de 2,44. Insoluble dans l'eau froide, il est à peine soluble dans l'eau chaude.

» L'acide chlorhydrique bouillant le dissout entièrement alors que l'acide azotique ne l'attaque que plus difficilement. L'acide sulfurique le décompose à chaud en sulfate de strontiane et acide fluorhydrique : la solution sulfurique évaporée au bain de sable abandonne de très beaux cristaux de sulfate de strontiane anhydre. Calciné à l'air, ce fluorure est stable jusqu'à 1000°; au-dessus il se transforme partiellement en strontiane.

» L'acide chlorhydrique gazeux, passant sur le fluorure de strontium chauffé au rouge, le décompose en chlorure de strontium et acide fluorhydrique. La vapeur d'eau et l'acide sulfhydrique sont sans action à cette température.

» Les carbonates alcalins fondus le transforment en carbonate de strontium et fluorure alcalin.

» Fluorure de baryum. — Ce composé a été obtenu à l'état cristallisé par MM. Scheerer et Drechsel (1), ensuite par M. Moissan (2). Nous avons

---

(1) Scheerer et Drechsel, *J. für praktische Chemie*, 2e série, t. VII, p. 63.

(2) Henri Moissan, *Bull. de la Soc. chimique*, t. V, p. 152.

réussi à le préparer comme le fluorure de strontium par l'action d'un mélange de fluorhydrate de fluorure de potassium et de chlorure de potassium sur le fluorure amorphe.

» Dans ces conditions, il se forme de beaux octaèdres isolés ou en chapelets, si le refroidissement n'a pas été assez lent.

» C'est une seconde application du procédé que nous avons énoncé précédemment; l'action des chlorures alcalins ne donne plus ici, comme dans le cas du strontium, le fluorure isolé. Le chlorure de baryum, provenant de la décomposition partielle du fluorure amorphe, s'unit au fluorure non décomposé pour former des fluochlorures dont la forme cristalline varie avec les proportions de chlorures employées.

» Fluorure de calcium. — Ce fluorure a été reproduit à l'état cristallisé par MM. de Senarmont ([1]), Becquerel ([2]), Scheerer et Drechsel, et enfin par M. Moissan.

» *Action des chlorures alcalins sur le fluorure de strontium amorphe.* — Nous basant sur l'expérience de Scheerer et Drechsel ([3]) qui ont obtenu le fluorure de calcium cristallisé en octaèdres par fusion du fluorure amorphe avec les chlorures alcalins, nous avons fait réagir successivement des quantités variables de chlorures alcalins sur une quantité donnée de fluorure amorphe de strontium. Il se fait dans tous les cas du fluorure de strontium qui cristallise en octaèdres. Mais il y a toujours décomposition partielle du fluorure amorphe par les chlorures : décomposition qui paraît être fonction de la quantité de chlorures employés.

» *Action du fluorhydrate de fluorure de potassium sur le fluorure de strontium amorphe.* — Afin d'éviter cette décomposition partielle, nous avons eu recours, comme fondant, au fluorhydrate de fluorure de potassium. Après refroidissement complet et lavages à l'eau chaude, il reste une masse cristallisée, mais moins bien définie que dans le cas précédent. La présence des chlorures facilite donc la cristallisation.

» Nous avons alors entrepris une troisième série d'expériences en nous servant cette fois, comme fondant, d'un mélange à parties égales de fluorhydrate de fluorure et de chlorure de potassium.

» Dans ces conditions, on obtient le fluorure de strontium cristallisé en beaux octaèdres réguliers et transparents.

» *Action du chlorure de strontium sur le fluorhydrate de fluorure de potas-*

([1]) De Senarmont, *Synthèses minéralogiques.* Stanislas Meunier.

([2]) Becquerel, *Comptes rendus,* t. LXXVIII, p. 1081; 1876.

([3]) Scheerer et Drechsel, *J. für praktische Chemie,* 2e série, t. VII, p. 63.

sium. — Comme nous venons de le voir dans les expériences précédentes, le fluorure de strontium ne s'unit pas au fluorure de potassium pour former un fluorure double. C'est un fait général pour les fluorures alcalino-terreux. L'action du chlorure de strontium sur le fluorhydrate de fluorure de potassium donnera donc le fluorure simple cristallisé. C'est ce que l'expérience vérifie.

» Ce procédé est intéressant en ce sens qu'il permet d'arriver au fluorure de strontium cristallisé, en partant d'un composé plus facile à se procurer que le fluorure de strontium amorphe.

» *Propriétés.* — Il cristallise en octaèdres réguliers, transparents et parfois isolés; mais le plus souvent il se présente sous l'aspect de files d'octaèdres emboîtés les uns dans les autres et ramifiés suivant la position des axes quaternaires du cube. Cette forme, très fréquente dans le système cubique, provient d'un refroidissement trop brusque dans la cristallisation ([1]).

» Nous ne signalerons que l'action d'un mélange de fluorhydrate de fluorure et de chlorure de potassium sur le fluorure amorphe, comme ayant donné lieu à un résultat intéressant et nouveau; alors que la fusion du fluorure amorphe avec les chlorures alcalins donne naissance à des octaèdres de fluorure de calcium, on obtient, dans le cas présent, de très beaux cubes de fluorine présentant les anomalies optiques de certaines fluorines naturelles.

» *Conclusions.* — Nous avons établi deux procédés nouveaux qui permettent d'obtenir les fluorures alcalino-terreux anhydres et cristallisés.

» Le premier, par l'action d'un mélange de fluorhydrate de fluorure et de chlorure potassiques sur le fluorure amorphe.

» Le second, par l'action du chlorure sur le fluorhydrate de fluorure de potassium ([2]) ».

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage de l'acide phosphorique.* Note de MM. **A. Villiers** et **Fr. Borg**, présentée par M. Henri Moissan.

« Les renseignements que l'on trouve dans les Traités d'analyse et dans les nombreux Mémoires qui ont été publiés sur le dosage de l'acide phosphorique par le molybdate d'ammoniaque sont fort contradictoires.

([1]) Nous sommes heureux de remercier ici M. le Professeur Lacroix, auquel nous devons cette explication et les différentes déterminations des produits de cette Note.

([2]) Ce travail a été fait au Laboratoire de M. Moissan à l'École supérieure de Pharmacie de Paris.

» D'après certains auteurs, la composition du précipité molybdique est variable, et l'on ne peut déduire par une pesée directe de ce précipité le poids d'acide phosphorique contenu dans l'essai. On doit donc le dissoudre dans l'ammoniaque et précipiter la liqueur ammoniacale par la mixture magnésienne, de manière à former du phosphate ammoniaco-magnésien. Suivant d'autres, la composition du précipité est constante et ce dernier peut être pesé directement.

» Nous avons essayé de préciser les conditions dans lesquelles on doit se placer pour obtenir des résultats exacts.

» Nous avons fait usage du réactif de Sonnenschein et de Eggertz, préparé en dissolvant 150^{gr} de molybdate d'ammoniaque dans de l'eau tiède, complétant un litre avec de l'eau froide, et versant cette liqueur dans un litre d'acide azotique de densité 1,2.

» 1° Supposons d'abord l'absence complète de l'*alumine* et du *fer* : on ajoute un excès de réactif, environ 100^{cc} pour $0^{gr},1$ d'acide phosphorique (PO^5). La précipitation doit être faite à froid au-dessous de 15° ; le précipité formé à une température plus élevée est, en effet, très ténu et passe à travers les filtres. Il est bon aussi, pour que le précipité se dépose rapidement et se lave avec facilité, de ne pas mélanger de suite le réactif avec la liqueur, mais de faire couler le premier avec précaution sur les parois du vase renfermant la liqueur, et de n'agiter le mélange qu'au bout de deux heures.

» Dans une solution de phosphate de soude, la précipitation est complète, à froid, après quatre heures. En présence d'un grand nombre de sels, la précipitation est ralentie, mais elle devient complète après un contact plus prolongé à froid, ou après quatre heures de digestion, vers 40°. L'influence des sels de potassium est de même ordre, et dans aucun cas, contrairement à ce qui a été dit, elle ne détermine une augmentation de poids du précipité par suite d'une substitution partielle du potassium à l'ammonium. Le ralentissement produit par ces sels est même très marqué.

» Dans tous les cas, la précipitation peut être regardée comme complète, après une digestion de quatre heures, vers 40°, du mélange préparé à froid, ainsi que nous l'avons dit plus haut. On doit éviter de chauffer plus longtemps, une digestion plus prolongée ne pouvant être qu'une cause d'erreur, par suite d'une précipitation d'acide molybdique.

» Le précipité est ensuite lavé, par décantation et filtration, avec de l'eau contenant un vingtième de son volume du réactif molybdique. Le lavage ne peut être fait avec de l'eau pure, car, dans ces conditions, le précipité passerait à travers le filtre. On le dessèche ensuite avec le filtre,

pendant six heures, dans un flacon à large ouverture, que l'on a pesé en premier lieu avec le filtre vide après dessiccation, et l'on s'assure que le résultat obtenu dans une seconde pesée est identique.

» Le phosphomolybdate d'ammoniaque obtenu dans ces conditions a une composition parfaitement déterminée et répondant à la formule $PO^5 . 24 MoO^3 . 3 AzH^4O . 3 HO$.

» Une partie renferme 0,03728 d'acide phosphorique (PO^5) [1].

» Voici les résultats obtenus pour le dosage de l'acide phosphorique dans une solution titrée de phosphate de soude :

Après 4^h à froid..............	I. 100,01; II. 99,97	au lieu de 100
Après 24^h à froid..............	100,01	»
Après 2^h à froid, puis 4^h à 40°..	I. 99,959; II. 100,00; III. 99,95	»
Après 2^h à froid, puis 24^h à 40°.	100,79	»

» La même solution, en présence de 5^{gr} d'azotate d'ammoniaque, a donné :

Après 4^h à froid..............	98,52	au lieu de 100
Après 24^h à froid.............	99,83	»
Après 48^h à froid.............	99,97	»
Après 2^h à froid, puis 4^h à 40°..	99,97	»

» En présence de $0^{gr},1$ d'azotate de potasse :

Après 4^h à froid..............	I. 98,83; II. 99,30	au lieu de 100

» En présence de 1^{gr} d'azotate de potasse :

Après 4^h à froid..............	97,98	au lieu de 100
Après 24^h à froid.............	99,20	»
Après 3 jours à froid..........	99,33	»
Après 4 jours à froid..........	99,58	»
Après 6 jours à froid..........	99,93	»
Après 2^h à froid, puis 4^h à 42°..	I. 100,03; II. 100,13	»

» En présence d'un très grand excès d'un mélange de sels de chaux, magnésie, manganèse, zinc, cuivre, plomb :

Après 4^h à froid..............	99,01	au lieu de 100
Après 24^h à froid.............	99,959	»
Après 2^h à froid, puis 4^h à 40°..	99,98	»

» Ainsi qu'on le voit, dans les conditions que nous avons définies, la précipitation de l'acide phosphorique par le molybdate d'ammoniaque constitue une excellente méthode de dosage direct de cet acide, en l'absence d'alumine et de fer, et en l'absence aussi d'acide silicique, de matières organiques telles que l'acide tartrique et des corps qui peuvent exercer une

---

[1] Au-dessus de 100°, vers 150°, il perd son eau de cristallisation, qu'il absorbe de nouveau rapidement au contact de l'air. Du reste, on ne peut le chauffer à cette température dans un filtre sans que le papier ne commence à jaunir.

réduction de l'acide molybdique, tels que les iodures et les réducteurs divers. La précipitation sera toujours complète après 4^h de digestion à 40°, et le précipité ne renfermera pas d'excès d'acide molybdique, si cette digestion n'est pas prolongée davantage. Il est vrai que cette méthode comporte l'inconvénient qui résulte de l'emploi des filtres pesés, mais cet inconvénient est très largement compensé par le poids moléculaire très élevé du phosphomolybdate d'ammoniaque.

» 2° En présence de l'*aluminium* et du *fer*, le phosphomolybdate peut renfermer une proportion notable de ces métaux. Si le fer est abondant, sa présence dans le précipité est même indiquée par la coloration plus foncée de ce dernier. Nous avons trouvé (après 4^h à froid), dans deux mélanges contenant de grandes proportions de fer et d'alumine, 102,48 et 103,64 au lieu de 100.

» On ne peut donc ici peser le précipité directement : si on le redissout dans l'ammoniaque, et si l'on précipite la solution ammoniacale par la mixture magnésienne, ainsi qu'il est recommandé dans la plupart des Traités d'analyse, le phosphate ammoniaco-magnésien renferme encore du fer et de l'alumine, et la pesée de ce dernier ne donne pas de résultats plus exacts. Nous avons ainsi trouvé 104,37 au lieu de 100.

» On obtient au contraire des résultats très exacts, de la manière suivante : on opère la précipitation du phosphomolybdate d'ammoniaque, et le lavage, ainsi que dans le cas précédent, sans chercher à entraîner le précipité sur le filtre; puis on dissout avec de l'ammoniaque la portion contenue dans le filtre, en faisant retomber la liqueur ammoniacale sur la portion principale du précipité; enfin, après dissolution complète, on ajoute de l'acide tartrique. On peut ainsi acidifier la liqueur sans que le phosphomolybdate soit reprécipité. On alcalinise ensuite légèrement par un excès d'ammoniaque, et l'on dose l'acide phosphorique par précipitation à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien, comme à l'ordinaire. Le fer et l'alumine restent ainsi complètement dissous grâce à la présence de l'acide tartrique. Nous avons obtenu dans des liqueurs renfermant de très grandes quantités de fer et d'alumine 100,04 et 100,05 au lieu de 100.

» Ce procédé permet de doser très exactement par pesée l'acide phosphorique dans le cas d'un phosphate de chaux naturel. Il peut être appliqué directement sur la solution acide du phosphate, après élimination de la silice, s'il y a lieu, et évaporation de la majeure partie de l'acide en excès [1].

---

(1) Si l'alumine et le fer sont en faibles proportions, on obtiendra, dans les essais techniques, des résultats suffisamment approximatifs en dosant l'acide phosphorique à l'état de phosphomolybdate, comme dans le cas précédent.

» On peut encore, mais d'une manière moins rigoureuse, reprécipiter le phosphomolybdate d'ammoniaque, en ajoutant de l'acide azotique dans la solution ammoniacale, d'après les indications de M. Carnot (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 106). Nous avons ainsi obtenu 100,77 et 101,09 au lieu de 100 dans des liqueurs contenant de très grandes quantités de fer et d'alumine. Ce n'est probablement qu'après plusieurs précipitations successives que l'on obtient du phosphomolybdate d'ammoniaque tout à fait pur. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le licarène dérivé du licaréol.* Note de M. **Ph. Barbier**, présentée par M. Friedel.

« Ainsi que je l'ai annoncé dans une Note antérieure [1], le licaréol, alcool primaire incomplet, perd de l'eau sous l'influence de l'anhydride acétique à 150° et donne un carbure auquel l'analyse et la densité de vapeur assignent la formule $C^{10}H^{16}$ et que je désignerai sous le nom de *licarène*.

» Le licarène est un liquide très mobile d'odeur agréable, bouillant entre 176°-178° sous la pression ordinaire; sa densité à 0° est égale à 0,8445. Ses indices sont

$$n_r = 1,4741, \qquad \lambda_r = 645,$$
$$n_b = 1,4922, \qquad \lambda_b = 452,6$$

à la température de 17°.

» Il est actif et dévie à droite, c'est-à-dire en sens inverse du licaréol générateur. Son pouvoir rotatoire à 20°,2 est

$$\alpha_d = + 7°51'.$$

» Le licarène se combine au brome et donne un mélange de deux tétrabromures liquide et solide; le tétrabromure solide $C^{10}H^{16}Br^4$ fond vers 103°-104°; par oxydation, au moyen du mélange chromique, le licarène donne de l'acide terpénylique et de l'acide acétique.

» Lorsqu'on sature, par l'acide chlorhydrique gazeux et sec, une dissolution acétique de licarène, on obtient un dichlorhydrate $C^{10}H^{18}Cl^2$ sans action sur la lumière polarisée, bouillant à 155° environ, sous une pression

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXIV, p. 674; 1892.

de 39^{mm}, d'une densité à 0° égale à 1,0446, dont les indices sont

$$n_r = 1,4819, \qquad \lambda_r = 645$$
$$n_b = 1,4948, \qquad \lambda_b = 452,6$$

à la température de 15°,4.

» Le licaréol, traité directement par l'acide chlorhydrique gazeux et sec, donne également un dichlorhydrate $C^{10}H^{18}Cl^2$, liquide que j'ai reconnu être identique au dichlorhydrate de licarène par l'examen comparé de ses propriétés physiques et chimiques.

» Le licarène, soumis à l'action du chlorure de nitrosyle, donne un nitrosochlorure $C^{10}H^{16}\left\langle\begin{matrix}Cl\\AzO\end{matrix}\right.$ cristallisé qui, traité par la potasse alcoolique à l'ébullition, m'a fourni le nitrosolimonène ou carvoxime, fusible à 72°.

» Comme on le voit par l'ensemble de tous ces caractères, et notamment par le point d'ébullition du carbure, le point de fusion du tétrabromure, la nature des produits d'oxydation et la formation du nitrosochlorure, le licarène vient se placer dans la catégorie des limonènes (Wallach).

» Ces derniers donnent tous un dichlorhydrate cristallisé inactif, fusible à 50°; le licarène s'en distingue par ce fait qu'il donne naissance à un dichlorhydrate liquide, également inactif, que je considère comme un stéréo-isomère du composé cristallisé.

» En résumé, il résulte des faits signalés dans cette Note et dans les Notes antérieures :

» 1° Que le licaréol se transforme par perte d'eau dans le groupement hydrocarboné cyclique $C^{10}H^{16}$ lorsque la déshydratation s'effectue à l'aide de l'anhydride acétique, et dans le corps $C^{10}H^{18}Cl^2$ si elle a lieu sous l'influence de l'acide chlorhydrique gazeux et sec.

» 2° Le carbure $C^{10}H^{16}$ est un limonène actif, tandis que le corps $C^{10}H^{18}Cl^2$ en est le dichlorhydrate inactif [1]. »

---

[1] Laboratoire de Chimie générale de la Faculté des Sciences de Lyon.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nucléine végétale.*
Note de M. P. PETIT.

« Dans une précédente Communication (*Comptes rendus*, t. CXV, p. 246), j'ai étudié la répartition et l'état du fer dans l'orge. Cet élément est localisé dans l'embryon et engagé dans une combinaison de forme nucléique. J'ai cherché à isoler cette combinaison, en employant des touraillons comme matière première. Les touraillons ne peuvent être utilisés que s'ils renferment une assez forte proportion de germes mêlés aux radicelles, c'est-à-dire s'ils proviennent de malts germés très longs donnant beaucoup de *hussards* suivant l'expression des malteurs; les radicelles ne fournissent, en effet, que des quantités insignifiantes de nucléine, ce qui vérifie mes conclusions précédentes.

» Les touraillons passés au moulin sont traités par la potasse à 1 pour 100 à 60° pendant quelques minutes; on sépare, par filtration à la trompe, le liquide coloré en brun, et après refroidissement on le neutralise exactement par l'acide chlorhydrique dilué. Un précipité se forme, qui ne tarde pas à s'agglomérer en gros flocons grisâtres; on le lave par décantation d'abord à l'eau pour enlever le chlorure de potassium, puis à l'alcool et à l'éther; la matière est ensuite séchée sur l'acide sulfurique; elle se concrète alors en fragments noirs bruns à cassure conchoïdale.

» Cette substance présente la composition suivante rapportée à la matière séchée à 110° jusqu'à poids constant :

	Pour 100.
Carbone	43,18
H	6,64
Az	12,86
Phosphore	1,11
Fer	0,195
Cendres	6,2
Silice	3,2
Oxygène	31,1 par différence

» Le phosphore a été dosé suivant la méthode de Kossel, en attaquant la matière par le nitre et la potasse fondante; la masse est reprise par l'eau acidulée d'acide nitrique, évaporée deux fois à siccité pour éliminer la silice, et l'acide phosphorique dosé par la solution molybdique.

» Ce procédé permet seul d'avoir le phosphore total, car, en attaquant par l'acide nitrique fumant, on n'a jamais une dissolution complète et l'on obtient seulement 0,64 pour 100 de phosphore au lieu de 1,1 pour 100.

» La substance ainsi préparée ne contient pas de soufre, ce qui la différencie des nucléines animales de Kossel, Liebermann, Bunge, etc.

» Voici les principales réactions de la matière extraite de l'orge :

» Elle se gonfle dans les solutions de sel marin en devenant grisâtre, ne donne pas la réaction de Millon, se dissout dans les alcalis. En ajoutant à la solution ammoniacale du ferrocyanure de potassium, puis de l'acide acétique en excès, on obtient un précipité blanc, qui bleuit peu à peu, d'autant plus vite que l'acide acétique est plus concentré et que la température est plus élevée; avec l'acide chlorhydrique concentré, la transformation est immédiate.

» Le tannin donne un précipité blanc qui noircit en chauffant.

» Ces deux dernières réactions sont indiquées par Bunge, comme particulières aux nucléines; on peut donc considérer la substance comme une véritable nucléine, et le résultat négatif de l'essai de Millon montre qu'il n'y a pas de matière albuminoïde mélangée.

» La nucléine de l'orge chauffée sous pression avec l'eau à 4^{atm} se dissout en donnant un liquide jaune pâle; cette solution paraît constituer un milieu très favorable pour les micro-organismes, car elle s'infecte, avec une extrême rapidité, d'aspergillus ou de penicillium. La dissolution de nucléine présente, avec le ferrocyanure et le tannin, les mêmes réactions que la substance primitive; mais elle n'est plus précipitée par les acides, donne avec l'azotate d'argent ammoniacal un précipité gris noircissant par la chaleur, et avec le sulfate de cuivre, à chaud, un précipité gris amorphe.

» Oxydée par l'acide nitrique, et après une longue ébullition, la nucléine se dissout presque entièrement, et fournit, à côté d'acide oxalique, un autre acide, dont j'ai pu obtenir une combinaison phénylhydrazinique cristallisée.

» La nucléine de l'orge peut être absorbée par les végétaux et, en particulier, par l'orge. En vue d'une étude sur l'absorption du fer à divers états par l'orge, j'ai disposé une série de cultures dans du sable complètement privé de fer par plusieurs traitements à l'acide chlorhydrique bouillant. Tous les pots reçoivent les mêmes quantités de nitrate de soude, phosphate de potasse, sulfate de chaux; trois d'entre eux ont été additionnés de 0,2 pour 100 de nucléine de l'orge. Les plantes correspondantes sont très vigoureuses, leurs feuilles sont vert foncé, leur croissance

rapide et leurs tiges doubles comme diamètre de celles des témoins; ceux-ci ont moins de feuilles et sont plus ou moins chlorotiques.

» Enfin des expériences en cours d'exécution me paraissent rendre probable la présence d'un composé analogue à cette nucléine dans la matière noire du sol ([1]). »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur une secousse séismique ressentie à Grenoble, le* 8 *avril.* Note de M. **Kilian**, présentée par M. Fouqué.

« Le samedi 8 avril, à $2^h 7^m$ ([2]) du soir, le sismographe de la Faculté des Sciences de Grenoble a enregistré une secousse séismique dirigée sensiblement N. 86°E. (Magn.). Le professeur de Géologie chargé de l'observation de l'appareil étant absent lorsque la sonnerie avertisseuse du sismographe a retenti, les constatations relatives au phénomène ont été faites par M. Collet, professeur d'Analyse à la Faculté des Sciences. Le pendule oscillait encore une heure après l'ébranlement. Il ne semble pas y avoir eu d'oscillation verticale sensible : aucune du moins n'a été accusée par les poids suspendus au sismographe qui sont, il est vrai, moins mobiles que le pendule enregistrant les mouvements latéraux. La secousse du 8 avril a été enregistrée par un appareil supplémentaire annexé par M. Kilian, avec l'aide de MM. Bordier et Paulin constructeurs, au sismographe enregistreur Angot. Ce dernier n'a, en revanche, donné aucune indication.

» Voici quelques notes sur cet appareil.

» En présence des résultats obtenus en Suisse, et notamment à Genève par les sismologues, il était d'un certain intérêt de mettre en observation le sismographe établi par Ch. Lory dans un des sous-sols de la Faculté des Sciences de Grenoble. Pendant quelques années, et malgré les soins apportés à son entretien, cet instrument, du modèle imaginé par M. Angot, ne fournit aucune indication, quoique plusieurs secousses aient été signalées dans la région dauphinoise (Vienne, 1892, etc.). Ayant surtout en vue

---

([1]) Laboratoire de Chimie agricole de la Faculté des Sciences de Nancy.

([2]) Heure obtenue par la comparaison de l'horloge mise en marche par la secousse avec les appareils chronométriques installés à la Faculté par M. le professeur Collet (erreur possible, 11^s à 15^s). Dans un autre cas, on pourrait atteindre plus de précision en ayant recours à l'observatoire annexé à la Faculté.

la fixation de l'*heure initiale* des secousses séismiques, indication que le mouvement d'horlogerie, qui sert à mettre en marche les rouleaux enregistreurs du sismographe Angot, ne peut fournir que d'une façon relativement peu précise, nous nous adressâmes à MM. *Bordier* et *Paulin*, constructeurs à Grenoble, grâce à l'ingéniosité desquels nous pûmes, il y a quelques semaines, annexer au sismographe de la Faculté un instrument qui semble compléter d'une façon assez heureuse l'instrument enregistreur que nous devons à M. Angot.

» Cet appareil annexe se compose :

» A. D'un poids suspendu par des ressorts à boudin et pouvant glisser le long d'une tringle. La partie inférieure de ce poids est en relations avec un levier l équilibré par un ressort à boudin.

» B. D'un pendule conique suspendu par un fil d'acier de 1^{mm} de diamètre. Ce pendule peut se mouvoir dans tous les sens.

» C. D'un mouvement d'horlogerie mû par un ressort et pouvant indiquer l'heure, la minute et le cinquième de seconde avec exactitude. Cette horloge est semblable à celles qui sont employées dans la Marine.

» Les aiguilles de cette horloge sont toutes les trois à zéro lorsque l'appareil est en repos, et l'échappement est enclenché par un arrêt très sensible.

» Le poids A et le pendule B sont indépendants l'un de l'autre et peuvent agir simultanément ou séparément, le premier sous l'influence de *mouvements verticaux*, le second par l'effet d'*oscillations latérales*. Le poids A tient en suspension, au moyen d'une série de pointes placées en quinconce sur le levier l, un marteau placé verticalement de façon que son poids n'occasionne que peu de frottement sur les goupilles en quinconce. Les moindres oscillations verticales du poids détermineront donc la chute de ce marteau qui déclenchera en tombant la pendule C; celle-ci se mettra en marche aussitôt. Une sonnerie électrique avertit en même temps le personnel de la Faculté.

» Le pendule conique C est muni à son extrémité d'une tige en laiton I entourée d'un cercle de platine. A l'état de repos, cette tige occupe le centre d'une bague K garnie également d'un cercle intérieur de platine. L'espace vide laissé entre la pointe du pendule et la bague est d'environ $1^{mm},5$. Le pendule conique est en communication avec une pile et la bague isolée est reliée à un électro-aimant dont l'armature tient en suspension un marteau.

» Dans ces conditions, les moindres oscillations latérales, quel que soit leur sens, déterminent le contact de la tige I et de la bague K : le courant électrique actionne l'électro-aimant; l'armature est attirée et le marteau, en tombant, déclenche l'horloge qui se met en marche ainsi que la sonnette d'avertissement.

» L'appareil est fixé sur le même pilier en maçonnerie que le sismographe Angot. Le tout est entouré d'une grille fermant à clef et à l'abri des perturbations extérieures.

» Le pilier en maçonnerie est construit sur des fondations spéciales.

» On conçoit aisément que, le chronomètre C étant mis en marche par la première secousse, il est facile, en se procurant, par un moyen quelconque, l'heure exacte, de remonter, par un calcul très simple, à l'heure initiale du phénomène ([1]). Les variations du chronomètre étant connues, il est aisé, également, d'effectuer la correction de l'erreur causée par les variations qui se sont produites entre la mise en marche de l'horloge et le moment où a eu lieu la détermination de l'heure. Ajoutons que le chronomètre C est mobile et portatif, de façon à pouvoir être transporté dans un observatoire. Il n'est nullement nécessaire, du reste, de procéder à la détermination de l'heure au moment du tremblement de terre et cette opération peut être ajournée sans inconvénients sensibles.

» On voit que la réunion de l'appareil précédemment décrit et du sismographe Angot permet de reconnaître :

» 1° L'heure exacte initiale du phénomène séismique (appareil Kilian et Paulin);

» 2° L'ordre de succession des secousses verticales et latérales (sism. Angot);

» 3° La direction de ces secousses (sism. Angot);

» 4° La durée et la forme des secousses (sism. Angot).

» Ajoutons en outre que, au moyen de la sonnerie d'avertissement, notre appareil rend possible une étude plus attentive des phénomènes qui suivent le premier ébranlement.

» L'observation faite le 8 avril dernier montre en outre que cet instrument, outre qu'il ajoute aux données du sismographe Angot un renseignement important en fournissant l'heure exacte de la première secousse, offre une *sensibilité plus grande* que ce dernier et accuse des ébranlements peu intenses que l'instrument de M. Angot est, dans son état actuel, impuissant à enregistrer. »

([1]) On peut augmenter la rigueur de l'observation en tenant compte du temps ($\frac{1}{3}$ de seconde environ) que mettent à tomber et à déclencher le chronomètre les marteaux actionnés par le poids A ou le pendule B.

MÉTÉOROLOGIE. — *Le mois d'avril* 1893. Note de M. E. **Renou**, présentée par M. Mascart.

« Le mois qui vient de finir présente plusieurs particularités intéressantes; voici le résumé des principaux chiffres recueillis à l'observatoire du Parc de Saint-Maur :

Baromètre à midi (altitude $49^{m},30$)	$759^{mm},94$
Température moyenne des minima	$5^{o},7$
Température moyenne des maxima	22,1
Température des minima et des maxima	13,9
Température vraie des 24 heures (observations horaires)	13,8
Minimum le 15	—1,1
Maximum le 22	28,0
Tension moyenne de la vapeur d'eau	$5^{mm},72$
Humidité relative à 3^{h} du soir	28
» moyenne des 24 heures	52
Nébulosité moyenne en centièmes	13

» Depuis 1757 il n'y a que le mois d'avril 1865 qui présente une température moyenne plus élevée; elle a été de $15^{o},1$ à l'Observatoire de Paris, ce qui peut correspondre à $14^{o},6$ dans la campagne; il y est tombé $12^{mm},4$ de pluie; la nébulosité moyenne, notée par moi-même, a été 40. Je ne possède de cette époque que les minima diurnes relevés à Choisy-le-Roi dans de bonnes conditions. Leur moyenne a été de $8^{o},4$, ainsi plus élevée de $2^{o},7$ qu'au Parc de Saint-Maur en avril 1893, dans des conditions analogues, tandis que dans les deux années la moyenne des maxima a dû être à peu près la même dans les deux stations. Les nuits froides d'avril 1893 et les journées glaciales du 12 au 15 ont empêché les rivières de s'échauffer; tandis qu'en 1865, le 26 avril, la Seine atteignait $20^{o},5$, la Marne, qui diffère peu de la Seine, n'a pas dépassé, en 1893, à la même date du 26 avril, un maximum de $17^{o},8$.

» On remarquera dans le dernier mois d'avril l'énorme différence, $16^{o},4$, des minima et maxima moyens; elle a atteint $21^{o},3$ le 15 et $21^{o},4$ le 16. Avec un seul jour de gelée il y a eu 17 jours de gelée blanche.

» Il est tombé dans la nuit du 1er au 2, en une heure environ, $1^{mm},1$ d'eau, et dans la journée du 30, en plusieurs petites averses, $0^{mm},1$ de

pluie, du moins d'après le pluviomètre; j'estime qu'il a dû en tomber $0^{mm},3$. Il y a eu 28 jours sans une goutte de pluie, du 2 au 29. Il n'avait pas plu depuis le 17 mars, et il n'y avait aucune pluie notable depuis le 28 février. Avril 1893 est celui qui a fourni le moins d'eau de pluie depuis 1688.

» Le mois d'avril 1893 est le plus clair que l'on connaisse; les moins nuageux ensuite se rencontrent en 1844 et 1870, avec une nébulosité de 28. On ne connaissait jusqu'ici de mois aussi clairs qu'en août, septembre et octobre. Maraldi affirme que le mois d'octobre 1752 a été presque sans nuages et absolument sans pluie. C'est même le seul exemple d'un mois sans une seule goutte d'eau, les autres qu'on a cités ne devant ce caractère apparent qu'à l'insuffisance des observations pluviométriques en hiver.

» Le maximum de la température mensuelle, 28° en avril dernier, a été dépassé en 1840 et 1841 : on a trouvé à l'Observatoire de Paris des maxima de 29°,6 et 28°,7, qu'il faut réduire à 29°,1 et 28°,2 à cause de corrections thermométriques dont on n'avait pas tenu compte.

» La végétation donne lieu à des remarques importantes; en avril 1865, après un mois de mars très froid, tous les arbres fruitiers ont fleuri le 7 avril; les lilas le 19. En 1893, les abricotiers ont fleuri dès le 14 mars, les cerisiers le 24; les lilas le 5 avril, en avance de trois semaines, et les acacias le 24, en avance d'un mois. Les hirondelles de cheminée ont paru le 4 avril et les martinets le 30, en avance de peu de jours, les vents, à peu près constants du nord à l'est, ayant contrarié leur arrivée. »

BOTANIQUE. — *Sur l'émission d'un liquide sucré par les parties vertes de l'Oranger*. Note de M. E. Guinier.

« Sur les feuilles d'un Oranger en vase, maintenu en hiver dans une chambre à température variant de 10 à 14 degrés centigrades, on observe, pendant cette saison, des exsudations formant des pointillés et des taches irrégulièrement répartis. Sur les pétioles et les rameaux verts, des exsudations de même nature forment des gouttes que l'on croirait prêtes à se détacher. Le liquide exsudé est sirupeux et devient presque solide à l'air sans perdre sa transparence; il a une saveur fortement sucrée, mais nullement aromatique. Une pièce de soie noire ou un papier noirci placés au-dessous de l'oranger reçoivent une pluie très fine de ce liquide. Le pre-

mier ou les premiers jours, on ne voit que des gouttes extrêmement ténues, en partie visibles à la loupe seulement. Si l'observation se prolonge, on constate que les gouttes deviennent plus abondantes en certains points où elles finissent par se confondre pour former des taches aux contours irréguliers entourées de gouttelettes de moins en moins serrées.

» Les gouttelettes émises par les parties vertes ont un volume beaucoup trop faible pour qu'elles puissent se détacher en vertu de leur poids; la consistance sirupeuse du liquide assure d'ailleurs l'adhérence des gouttes véritables formées sur les rameaux. Il y a donc éjaculation; mais la force de projection est très faible, car un papier noirci disposé horizontalement au-dessus des branches de l'Oranger ne reçoit sur sa face inférieure aucune pluie analogue. C'est à peine si quelquefois on observe que la projection a eu lieu dans une direction légèrement oblique.

» Sur l'étoffe ou le papier tendu au-dessous de l'Oranger les gouttes ou taches résultant d'une agglomération de gouttelettes sont situées sur la verticale des points des rameaux verts où l'exsudation est très active et où le liquide sirupeux s'accumule en gouttes.

» L'éjaculation cesse quand l'Oranger entre en végétation au printemps : l'exsudation elle-même s'arrête quand on peut placer le végétal à l'air libre.

» Le phénomène de l'exsudation de liquides sucrés à la surface des feuilles de divers arbres ou arbustes est commun en été dans les temps chauds et secs. Les feuilles du Tilleul donnent à certaines heures une pluie de matière sncrée. Ici, comme dans notre Oranger, l'époque de l'exsudation paraît correspondre à un arrêt dans la végétation et dans les mouvements de la sève, arrêt qui survient à des époques différentes de l'année. Faut-il, enfin, rapprocher ce phénomène de la *pluie de sève* observée par M. Musset sous un Épicéa (*Comptes rendus*, séance du 3 février 1879)? »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un nouveau genre de Conifère rencontré dans l'Albien de l'Argonne.* Note de M. **Paul Fliche**, présentée par M. Albert Gaudry.

« L'exploitation des phosphates qui se poursuit, avec une si grande activité, dans les grès verts albiens de l'Argonne, a mis à jour un assez grand nombre de fossiles végétaux, parmi lesquels des strobiles de Conifères, souvent dans un admirable état de conservation. Grâce à de bien-

veillantes communications, j'ai pu en réunir un ensemble considérable et les étudier en vue d'un travail descriptif complet sur la flore fossile de la région. Dans le nombre, j'en ai trouvé cinq qui appartiennent à un type générique qui n'a point encore été signalé et qui me semble intéressant, à raison des relations étroites qu'il établit entre les Araucariées et les Abiétinées.

» Chez les cônes du nouveau genre, le strobile est formé d'écailles présentant avec celles des *Araucaria* les plus étroites analogies. A en juger par la facilité avec laquelle elles se détachent, même à l'état fossile, facilité telle qu'il est parfois difficile de conserver des cônes dans leur entier, elles se désarticulaient à la maturité; leur structure fondamentale était la même, une lame carpellaire soudée à une bractée très développée et recouvrant les graines; seulement celles-ci, au lieu d'être solitaires, étaient au nombre de deux pour chaque écaille, allongées et placées presque parallèlement à la ligne médiane de l'écaille.

» La graine était allongée, pointue vers son extrémité micropylaire, élargie à l'extrémité opposée; en un mot, elle ressemblait de forme à celle des *Araucaria* et, avec un peu plus de régularité dans le contour, aux graines des sapins et des cèdres. L'intérieur de cette graine paraît divisé en deux loges; la cavité inférieure seule correspond à l'intérieur de la graine; le plus souvent elle est vide en totalité ou en partie, mais parfois aussi on y trouve l'amande en parfait état de conservation, composée d'un endosperme et d'un embryon allongé, logé en son centre. Quant à la cavité supérieure, c'est une lacune un peu irrégulière, tantôt vide, tantôt remplie d'une matière qui paraît amorphe; elle est le plus souvent unique, mais chez une espèce, on en observe plusieurs, en nombre variable de 3 à 6, placées tantôt parallèlement, tantôt en superposition, toujours rangées vers la partie supérieure de la graine. Il est probable que c'étaient des lacunes résinifères analogues à celles qu'on observe dans l'épisperme des sapins et des cèdres, mais disposées avec plus de régularité.

» Le strobile de dimensions variables, jamais très fortes, est régulièrement elliptique, un peu moins de deux fois plus long que large, offrant de l'analogie de forme avec ceux des cèdres et des sapins. Il était attaché au rameau par un axe assez gros et revêtu plus ou moins complètement à l'extérieur par les extrémités souvent très développées des bractées.

» Afin de rappeler les analogies que le genre présente avec les *Araucaria*, je propose de lui donner le nom de *Pseudo-Araucaria;* nous ne savons

jusqu'à présent ce qu'étaient ses organes de végétation, mais, rien que sur la structure du cône, nous voyons qu'il présente un réel intérêt, puisque c'est une forme de passage entre les Araucariées et les Abiétinées. Tout en paraissant devoir être rangé dans la première famille à raison de la structure de l'écaille séminifère, il a des affinités incontestables avec la seconde par sa double graine, sa bractée probablement moins fortement soudée au péricarpe; ces affinités se manifestent avec les cèdres et surtout avec les sapins chez lesquels la bractée peut être si développée à la maturité du strobile, et chez lesquels la graine est presque totalement recouverte par une lame empruntée à l'écaille péricarpienne.

» La découverte de ce genre donne raison aux botanistes qui ont fait des Araucariées et des Abiétinées deux tribus d'une même famille; il montre une fois de plus à quel point, soit par les formes vivantes, soit par celles qui sont éteintes, les divers groupes de conifères sont étroitement liés entre eux.

» J'ai reconnu trois formes spécifiques différentes parmi les cônes de *Pseudo-Araucaria* que j'ai étudiés.

» Je tiens, en terminant, à remercier les personnes qui m'ont fourni les matériaux de ce travail : MM. Loppinet, inspecteur des forêts à Verdun, Lambert, procureur de la République à Sainte-Menehould, et Royer, pharmacien à Nancy. »

ANTHROPOLOGIE. — *Découverte de deux squelettes à Villejuif et à Thiais. Leurs caractères ethniques. Leur ancienneté d'après la méthode de M.* Ad. Carnot. Note de M. **Zaborowski**.

« En juillet 1892, une voûte cranienne, une mâchoire et quelques fragments osseux étaient mis à jour, au bas de la côte de Villejuif, à environ 2^m de profondeur, à la limite inférieure de la terre rougeâtre servant à la fabrication de briques, qui surmonte le lœss jaune, au pied des pentes. Ces restes m'étaient confiés peu après par M. Reulos, maire de Villejuif.

» En février dernier (1893), à la suite de travaux effectués dans une voie très fréquentée (Avenue d'Ormesson), au bas de la côte de Thiais, un squelette entier était rencontré sous cette voie, près de chez moi, à une profondeur de près de 1^m, à la surface du lœss jaune. La terre rougeâtre à briques se montre quelques mètres plus haut, sur une épaisseur qui ne

dépasse guère 1^m et sur une longueur de 200^m, jusqu'au point où le côteau de Thiais s'élevait autrefois, en pente abrupte. Le squelette a été brisé en menus morceaux. J'ai recueilli, avec quelques os des membres, trente-cinq fragments avec lesquels j'ai pu reconstruire la voûte cranienne presque entièrement. Il était comparable à celui de Villejuif au point de vue du gisement. L'un et l'autre m'ont d'abord paru être les restes d'individus échoués sur d'anciennes berges de même nature. Mais celui de Thiais, situé moins haut, bien plus près de la Seine et que ne surmontait aucun dépôt représentant une durée géologique appréciable, devait être bien moins ancien.

» D'après les caractères qu'il présente, j'ai fait remonter le squelette de Villejuif à l'époque néolithique. C'est celui d'un sauvage assez chétif. Le crâne est remarquable par la saillie de ses arcades sourcilières et de sa glabelle, l'extrême étroitesse de son front très bas et fuyant, sa petitesse qui, s'il appartenait à nos races civilisées, le ferait classer à la limite de la demi-microcéphalie. Il est mésaticéphale. Le fémur, d'autre part, est remarquable par son incurvation, son pilastre, l'aplatissement antéro-postérieur de la partie supérieure de sa diaphyse (platymérie), tous caractères connexes communs chez les races néolithiques. L'association de la saillie des arcs sourciliers et de l'étroitesse du front, distinctives de la race quaternaire de Néanderthal, avec la brachycéphalie, a dû être fréquente sur la fin de l'époque quaternaire ou peu après, comme le démontrent l'un des crânes de Grenelle et le crâne de Nagy-Sap (Hongrie), classés l'un et l'autre tout d'abord comme quaternaires, et l'un des crânes du dépôt coquillier de Mugem (Portugal), du plus ancien néolithique. Notre crâne de Villejuif peut être rapproché du crâne mésaticéphale de Furfooz, également classé comme quaternaire. Ses mesures, dont le détail sera publié dans les *Bulletins de la Société d'Anthropologie,* sont presque toutes identiques à celles du crâne de Valle do Areeiro. Celui-ci, trouvé à Villa Nova da Rainha (Portugal), à $3^m,70$ de profondeur, dans un limon que Ribeiro considérait comme probablement *quaternaire,* ne se distingue que par un peu plus de largeur et par ses caractères féminins. Le profil de la pièce de Villejuif toutefois rappelle surtout celui du crâne fameux de Borreby, sauf qu'elle présente une dépression annulaire appréciable au-dessus et le long de la suture coronale. Elle se range en définitive à côté de ces crânes néolithiques recueillis en nombre, tant en France que dans la péninsule ibérique, qui, en raison de l'étroitesse du front et de l'élargissement bi-pariétal des races mongoliques, présentent, vus par dessus, un contour trapézoïdal. Leurs caractères se sont conservés distinctement dans le type ligure qui semble avoir précédé sur notre sol le type celtique. Sur les restes recueillis à Thiais, j'ai cru reconnaître les traits caractéristiques du Romain dans toute sa beauté et dans toute sa force. Le front se distingue surtout par sa grande largeur. Le crâne, très capace et très brachycéphale, se rattache, malgré certains traits archaïques, au type celtique le plus élevé. Il n'est pas antérieur à l'époque gallo-romaine. Je ne crois pas, rien qu'en raison des caractères dominants des populations qui ont occupé notre sol, qu'il puisse lui être postérieur.

» Ces déterminations ethniques pouvaient laisser planer quelque incertitude sur l'âge réel de ces restes humains qu'aucun objet n'accompagnait. J'en ai demandé la confirmation à M. Ad. Carnot, qui venait de faire connaître sa méthode nouvelle (*Comptes rendus*, 1892) pour fixer l'âge géologique des os.

» Il a bien voulu analyser des fragments des deux squelettes de Thiais et de Villejuif, ainsi que d'un crâne parisien du XVIIe siècle, provenant des Catacombes, comme terme de comparaison. Cette analyse faite, il m'a fait l'honneur de m'écrire :

» Les résultats sont tout à fait d'accord avec l'opinion que vous aviez émise sur l'ancienneté relative des squelettes de la côte de Villejuif et de celle de Thiais, en vous guidant sur la forme des crânes. En effet, le rapport des poids de l'acide phosphorique et du fluor est, dans le squelette de Thiais, fort peu différent de ce qu'il est dans le crâne moderne que vous m'avez envoyé à titre de comparaison. Dans le squelette de Villejuif, au contraire, le rapport est fort différent, presque moitié de celui du squelette de Thiais. L'écart est assez grand pour que l'on puisse déclarer que le premier est beaucoup plus ancien que le second, si les circonstances de gisement sont à peu près les mêmes dans les deux cas. (14 mars.)

» Or le sol des deux gisements est exactement semblable; il est très perméable, très sain, et les os s'y conservent très bien.

» La différence d'ancienneté des deux squelettes ainsi doublement certaine, j'ai soumis à M. Ad. Carnot des fragments osseux provenant : 1° d'une sépulture dolménique de Châlons, appartenant sans conteste au néolithique pur; 2° des sépultures mérovingiennes d'Andrésy; 3° d'une sépulture gallo-romaine du plateau de Villeneuve-le-Roi.

» Voici les chiffres de l'analyse des fragments néolithiques de Châlons, comparés à ceux de l'analyse du squelette de Villejuif (Seine) :

	Villejuif.	Châlons.
Matières organiques	18,00	17,03
Oxyde de fer	0,36	0,32
Acide phosphorique	36,58	36,43
Fluor	0,276	0,241
Rapport de l'acide phosphorique au fluor	132,5	151,2

» Ces résultats, obtenus isolément, sont parfaitement concordants, malgré quelques différences probables dans les conditions de gisement des restes comparés; et il y a apparence sérieuse que de ces restes, datés ainsi avec certitude l'un par l'autre, ceux de Villejuif sont les plus anciens.

» Voici, d'autre part, les chiffres obtenus par M. Ad. Carnot, de l'analyse des restes de Villeneuve-le-Roi et d'Andrésy, comparés à ceux de l'analyse du squelette de Thiais :

	Thiais.	Villeneuve.	Andrésy.
Matières organiques	19,05	17,46	18,38
Oxyde de fer	0,92	2,48	0,64
Acide phosphorique	36,08	32,58	36,76
Fluor	0,145	0,152	0,193
Rapport de l'acide phosphorique au fluor	248,8	207,7	190,5

» Ces restes se distinguent à peu près également des os modernes par une moindre proportion de matières organiques. Mais, d'après la teneur en fluor, ce sont ceux des sépultures mérovingiennes d'Andrésy qui seraient les plus anciens.

» Cette discordance et d'autres qui ressortent des chiffres comparés prouveraient que les différences d'âge de ces trois catégories d'ossements n'ont pas assez d'amplitude pour annihiler les effets des différences secondaires des conditions de gisement. D'après M. Ad. Carnot, la teneur en fer des os de Villeneuve-le-Roi paraît justement « indiquer une différence » assez grande dans les gisements ».

» Dans ces conditions », conclut-il dans la lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire le 25 avril, « je n'oserais pas tirer du dosage du fluor une con» clusion ferme sur l'âge relatif de ces ossements ».

» Je lui exprime ici ma reconnaissance d'avoir bien voulu se prêter à cette expérience, d'une grande importance pratique pour les anthropologistes. »

PHYSIOLOGIE. — *Forme périodique du pouvoir odorant dans la série grasse.* Note de M. **Jacques Passy**.

« J'ai publié dans un travail antérieur (¹) les minimums perceptibles d'un certain nombre d'alcools de la série grasse. J'avais noté pour les premiers termes un accroissement graduel du pouvoir odorant, et j'avais émis l'idée que cet accroissement se continuait vraisemblablement au delà des termes examinés. L'expérience n'a pas confirmé cette supposition. J'ai pu depuis compléter largement mon Tableau par l'examen des termes

(¹) *Comptes rendus*, 16 mai 1892.

plus élevés de la série, ainsi que par celui des aldéhydes et acides correspondants; les variations du pouvoir odorant révèlent une loi plus complexe.

» Je me borne à publier aujourd'hui les chiffres relatifs aux acides, dont je possède une collection plus complète. Le Tableau suivant, résumé de plusieurs milliers d'expériences de mesures effectuées dans des conditions diverses, comprend la série des acides gras normaux jusqu'au 14e terme. Le 11e et le 13e terme me manquent encore.

ACIDES GRAS NORMAUX.

Minimum perceptible en millionièmes de gramme.

1	Acide	formique	25
2	»	acétique	5
3	»	propionique	0,05
4	»	butyrique (1)	0,001
5	»	valérique (1)	0,01
6	»	caproïque (1)	0,04
7	»	œnanthylique	0,3
8	»	caprylique (2)	0,05
9	»	nonylique (3)	0,02
10	»	caprique	0,05
11	»	»	»
12	»	laurique	0,1
13	»	»	»
14	»	myristique	inodore
Etc.		etc.	etc.

» Les pouvoirs odorants de ces acides sont donc comme 1, 5, 500, 250000, 25000, 600, 800, 500, 1000, 500 ..., 250, ...

» Ces chiffres se décomposent nettement en trois séries :

» *Première :* Comprend les termes de 1 à 7, le pouvoir odorant croît du 1er au 4e terme, puis diminue jusqu'au 7e;

» *Deuxième :* Analogue à la première; le pouvoir odorant croît jusqu'au troisième, puis diminue;

» *Troisième :* qui comprend le 14e terme et les suivants, est inodore.

(1) Ces acides m'ont été offerts à l'état de pureté par M. Claudon.
(2) Saponification du beurre de coco et fractionnement des produits.
(3) Action de la potasse caustique sur l'acide undécylénique.

» On remarquera que certains écarts entre deux termes, par exemple du 8e au 9e et au 10e sont de l'ordre des erreurs d'expérience; cependant la différence ayant été constamment de même sens, sinon de même valeur, pour un très grand nombre d'expériences, je crois que l'on peut en admettre la réalité.

» On remarquera aussi que, dans la seconde période, les variations sont beaucoup moins considérables que dans la première; d'ailleurs l'examen des 11e et 13e termes viendra peut-être infirmer, dans une certaine mesure, les résultats précédents.

» Je me garde donc bien de forcer la régularité de la progression, et de chercher à lui donner une précision mathématique qui n'est pas dans les faits.

» Il n'en est pas moins vrai qu'à regarder l'ensemble le sens du phénomène est très net.

» Reste une question fort intéressante : pourquoi l'odeur disparaît-elle dans la troisième série? question qui se rattache à celle-ci plus générale : pourquoi certains corps sont-ils inodores et d'autres odorants?

» Écartons d'abord la considération de volatilité; tous ceux qui ont abordé ce genre de recherches savent que les corps non volatils sont souvent les plus odorants. Les remarques de M. de Laire, dont l'expérience est si grande en ces matières, concordent avec les miennes; souvent on voit le pouvoir odorant s'accroître alors que la volatilité diminue; d'ailleurs dans la série même qui nous occupe, l'acide laurique et l'acide caprique ne sont point volatils à froid, tandis que l'on peut entraîner l'acide myristique avec la vapeur d'eau sans pour cela le rendre odorant. Cherchons donc la raison ailleurs.

» Nous avons ici sous les yeux une série assez complète dans laquelle l'odeur se modifie graduellement, augmente, diminue, recommence à croître, puis à décroître, et finalement disparaît; est-il possible d'en tirer quelques indications sur la nature du phénomène?

» Une théorie générale serait prématurée; je me borne à rappeler que j'ai distingué dans l'odeur l'*intensité* et la *puissance*. Pour qu'une odeur soit perçue, il faut : 1° qu'il y ait assez de substance; 2° que l'odeur soit assez forte.

» Or, dans la série qui nous occupe, l'intensité diminue à mesure que l'on s'élève dans la série; c'est ainsi que l'acide butyrique, même à dose faible, masque facilement les acides nonylique ou caprique. J'en conclus que l'*odeur se rapproche peu à peu et qu'elle atteint avec le quatorzième terme la limite de perceptibilité*. Elle disparaît comme la sensation lumineuse disparaît dans l'ultra-violet et l'infra-rouge, comme le son cesse d'être perceptible au-dessus et au-dessous d'un certain nombre de vibrations.

» Il ne paraît pas impossible de trouver d'autres séries, dans lesquelles

ce seraient les premiers termes qui seraient inodores. Remarquons que les alcools méthylique et éthylique sont bien voisins de cette limite, car, bien purs, ils n'exercent plus guère sur la muqueuse olfactive qu'une excitation non spécifique ([1]).

» Je ne pense donc pas que le *phénomène odeur* cesse au delà du quatorzième terme; il me paraît plus vraisemblable que les acides gras suivants sont simplement *inodores pour nous;* peut-être ne le seraient-ils pas pour un appareil olfactif différent, celui du chien par exemple. L'expérience est malheureusement difficile à instituer. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Recherches sur l'emploi des feuilles d'arbres dans l'alimentation du bétail.* Note de M. **A.-Ch. Girard**, présentée par M. Dehérain.

« L'apport à la ferme d'un supplément de matières alimentaires est précieux dans tous les temps, mais plus particulièrement dans les années où la sécheresse de l'été (1892) ou du printemps (1893) amène la pénurie des fourrages. Aussi nous a-t-il paru intéressant d'appeler l'attention sur une ressource fourragère trop méconnue et qu'aucun travail d'ensemble n'a permis de faire apprécier à sa juste valeur; nous parlons des feuilles d'arbres.

» La feuille se compose de deux parties, le limbe et le pétiole, dont le poids relatif varie beaucoup suivant les essences. C'est, d'après nos analyses, dans le limbe que réside presque entièrement la valeur alimentaire, et la séparation du pétiole amènerait dans certains cas une grande concentration du fourrage (25 pour 100). Mais, comme cette opération n'est pas facilement réalisable, c'est toujours la feuille entière que nous avons envisagée.

» Après avoir constaté que la composition immédiate des feuilles prises à diverses hauteurs et sur des arbres d'âges différents présentait peu de variations, nous avons cherché à déterminer l'époque où la cueillette est la plus avantageuse. Laissant de côté la période d'extrême jeunesse et celle d'extrême vieillesse, nous avons observé que, contrairement à ce que

---

([1]) Conformément aux indications qu'a bien voulu me donner M. Berthelot, il faut chauffer ces alcools en tube scellé avec une trace de potasse jusque vers 150° pour les obtenir inodores.

l'on pourrait penser, la richesse de la feuille en principes nutritifs reste à peu près stationnaire et que l'on peut, à ce point de vue, indifféremment choisir pour la récolte les trois mois d'été. C'est dans le courant de septembre que nous conseillons de placer cette opération; à ce moment, l'activité végétale est ralentie et le préjudice qu'on peut porter à la production du bois est compensé par l'acquisition presque gratuite des matières alimentaires fournies par le feuillage.

» Nous avons donc choisi des feuilles entières, récoltées en septembre, pour faire l'étude comparative des essences comestibles ([1]). Voici leur classement d'après la teneur (à l'état frais) en matière azotée, qui mesure à peu près leur valeur alimentaire :

» Saule, aune (plus de 8 pour 100); mûrier, rob. faux acacia, orme, peuplier, tilleul (6 à 7 pour 100); noisetier, chêne, micocoulier, érable, frêne (5 à 6 pour 100); marronnier d'Inde, charme, vigne (4 à 5 pour 100); platane, bouleau, aiguilles de pin (3 à 4 pour 100).

» Le classement d'après la teneur en cellulose, qui est en général inversement proportionnelle à la digestibilité, est le suivant :

» Orme, r. faux acacia, saule, vigne (3 à 4 pour 100); noisetier, érable, aune, marronnier, tilleul, micocoulier, frêne (4 à 5 pour 100); peuplier, platane (6 à 7 pour 100); charme, sorbier, bouleau (7 à 8 pour 100).

» Les feuilles, à l'état frais, constituent un des fourrages verts les moins aqueux et les moins ligneux que l'on connaisse; sous le rapport des matières hydrocarbonées et azotées (à trois exceptions près), toutes se sont montrées supérieures à la luzerne verte.

» Cette richesse des feuilles s'explique par la faible quantité d'eau qu'elles renferment; mais, même en comparant le foin qu'elles produisent aux foins des prairies naturelles ou artificielles, nous leur trouvons la même supériorité sous le rapport des matières grasses et autres principes hydrocarbonés; le taux de la cellulose y est très faible; quant aux matières azotées, sur 21 espèces étudiées, 19 l'emportent sur le foin de prairie, plus de la moitié sur le foin des meilleures légumineuses. Quelques-unes sont d'une richesse extraordinaire; celle du robinier faux acacia par exemple est comparable aux féveroles.

([1]) Les feuilles de cytise faux ébénier, d'if, de noyer, d'ailante, des lauriers rose et cerise, de sumac, de corroyère, de daphné sont vénéneuses; la consommation des bourgeons et des très jeunes feuilles est dangereuse pour le bétail (mal de brou).

» Voici quelques chiffres qui justifient ces conclusions [1] :

	Feuilles									
	d'orme		de peuplier		de mûrier		d'acacia		de tilleul	
	fraîches.	sèches.	fraîches.	sèches.	fraîches.	sèches.	fraîches.	sèches.	fraîches.	sèches.
Eau	62,61	12,00	59,54	12,00	63,02	12,00	74,57	12,00	67,00	12,00
Matières minérales	4,57	10,74	4,07	8,83	4,61	10,98	1,85	7,26	4,26	11,38
Matières grasses	1,22	2,87	1,87	4,06	1,73	4,12	0,55	2,16	1,09	2,91
Matières azotées	6,75	15,87	6,15	13,37	6,86	16,33	6,56	25,72	6,05	16,16
Extractifs non azotés	21,18	49,90	23,18	50,49	20,87	49,64	12,99	39,21	16,65	44,33
Cellulose	3,67	8,62	5,18	11,25	2,91	6,93	3,48	13,65	4,95	13,22

» Il y a donc dans le feuillage des arbres une richesse alimentaire qu'on a bien tort de dédaigner.

» Mais, pour porter une appréciation décisive sur la valeur nutritive d'un fourrage, il est indispensable de compléter les données analytiques par des expériences directes sur le bétail. Aussi avons-nous déterminé la digestibilité des principes immédiats contenus dans les feuilles, comparativement à ceux de la luzerne.

» Nous avons opéré sur le mouton, en suivant la méthode classique qui consiste à peser et analyser : d'un côté, tous les aliments ingérés par l'animal maintenu à la ration d'entretien, d'un autre côté toutes les déjections solides; par différence, on obtient la partie digérée. Le Tableau suivant résume les coefficients de digestibilité ainsi obtenus :

	Matières azotées.	Extractifs non azotés.	Cellulose.
Feuilles vertes (moyenne de trois expériences)	80,7	83,9	62,9
Luzerne verte	86,2	82,9	59,6
Feuilles sèches d'ormeau	66,8	65,5	54,6
Luzerne sèche	71,4	55,6	35,6

» Nous passons sous silence les matières grasses, dont le coefficient apparent de digestibilité n'a, d'après les recherches de notre maître M. Müntz, que peu de signification.

» Sans entrer dans des discussions accessoires, nous pouvons, de la moyenne de nos analyses et de nos expériences directes, tirer cette conclusion que, tout considéré, *les feuilles ont une valeur alimentaire compa-*

---

(1) Le Tableau complet des analyses figure dans un Mémoire *in extenso,* publié dans les *Annales agronomiques* de M. Dehérain, t. XVIII, p. 513 et 561.

rable à celle de la luzerne et constituent par conséquent un fourrage de premier ordre.

» Leur utilisation profitera en même temps au bétail et au sol, en apportant à la ferme presque gratuitement des principes alimentaires et des principes fertilisants.

» Nous sommes loin de conseiller le dépouillement des forêts, dont la véritable destination est la production du bois; mais bien des cas se présentent où, par un effeuillage tardif et ménagé, par les émondages, par les coupes de têtards et de taillis, on peut se procurer, à peu de frais, une ressource alimentaire importante. On rencontre beaucoup de terres ingrates et abandonnées qui devraient être utilisées à la production fourragère, par l'intermédiaire d'essences appropriées qui sauraient trouver des moyens d'existence là où aucun végétal ne prospérerait. Dans les climats chauds particulièrement, l'arbre, par sa résistance à la sécheresse, mérite d'être sérieusement expérimenté à ce point de vue.

» Enfin, dans une année où la rareté et la cherté des fourrages vont jeter une grande perturbation dans les exploitations agricoles, nous ne saurions trop conseiller d'avoir recours aux feuillages des arbres. Dans bien des régions, le produit de ces sortes de prairies en l'air pourra affranchir l'agriculteur de la triste nécessité de vendre à vil prix le bétail, source de fumier et source de profits [1]. »

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. M. B.

---

[1] Ce travail a été fait dans les laboratoires de l'Institut agronomique (laboratoire de M. Müntz).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 1er mai 1893.

Traité d'Optique, par M. E. Mascart, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, directeur du Bureau central météorologique. Tome troisième. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 vol. gr. in-8°.

Traité d'Analyse, par Émile Picard, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences. T. II (second fasc.) : *Intégrales abéliennes et surfaces de Riemann*. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1893; 1 vol. in-8°.

Rapport lu, le 8 *juin* 1892, *à la séance générale du Conseil du Bureau central,* par le Président, M. Daubrée, conformément à l'article 13 du Décret du 14 mai 1878. (Extrait des *Annales du Bureau central météorologique*, t. I, 1891.) Paris, 1893; 1 br. gr. in-4°.

Annales de Chimie et de Physique, par MM. Berthelot, Pasteur, Friedel, Mascart. Sixième série, mai 1893. T. XXIX. Paris, G. Masson; 1 fasc. in-8°.

Annales agronomiques, publiées sous les auspices du Ministère de l'Agriculture, par M. P.-P. Dehérain, membre de l'Institut. T. XIX, n° 4. Paris, G. Masson, 1893; 1 fasc. in-8°.

Annuaire de la Société nationale d'Agriculture de France. Année 1893. Paris, Chamerot et Renard, 1893; in-12.

Annuaire de la Marine pour 1893. Paris, Berger-Levrault et Cie; 1 vol. in-8°.

Contribution à la question de l'azote. Troisième Note, par A. Pétermann, directeur de la station agronomique de l'État, à Gembloux. Bruxelles, Hayez, 1893; 1 br. in-8°.

Annual Report of the board of regents of the Smithsonian Institution, schowing the operations, expenditures, and condition of the Institution for the year ending june 30, 1890. Washington, 1891; 1 vol. in-8°.